


Etap finałowy - 29 luty 2016

- *Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na osobnym arkuszu odpowiedzi (arkusz formatu A4).
- * Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zadań, zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
- * Staranność wykonania będzie również punktowana.

Zadanie 1 (7 punktów) Czekoladowa logika

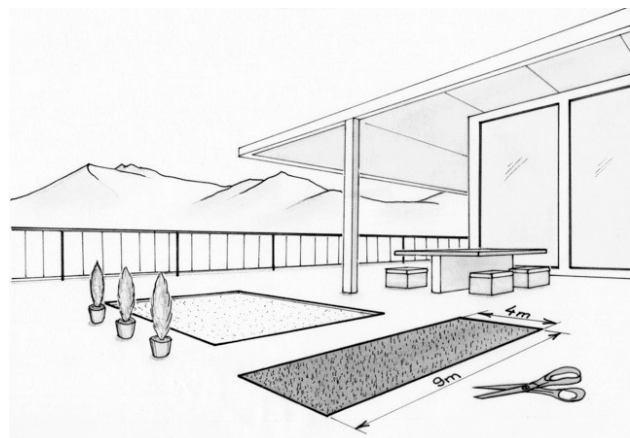
Odpowiedz w języku francuskim, niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim używając co najmniej 30 słów.

<p>Anatol, Benjamin und Chloé kommen vom Skifahren ach Hause. Ihre Mutter fragt sie: „Wollt ihr alle eine heiße Schokolade?“ Anatol antwortet: „Ich weiß nicht.“ Benjamin antwortet: „Ich weiß nicht.“ Chloé hat die Antworten ihrer Brüder gehört und antwortet: „Ja.“ Die Mutter schenkt daraufhin jedem heiße Schokolade aus. <i>Erklärt jede der drei Antworten.</i></p>	<p>Dopo una uscita sugli sci Anatole, Benjamin e Chloé rientrano a casa. La mamma chiede loro: "Volete tutti una cioccolata calda?". Anatole risponde "non lo so". Benjamin a sua volta risponde "non lo so". Chloé ha ascoltato i suoi fratelli e risponde "sì!". La mamma dà la cioccolata ad ognuno. <i>Motivate ogni risposta.</i></p>	<p>Anatole, Benjamin and Chloe have just come back home after skiing. Their mum asks them: "Does everyone want hot chocolate?". Anatole replies first and says: "I don't know." Benjamin answers next and also says: "I don't know." Chloe has been listening to her brothers and she answers: "Yes!" Their mother gives each of them a mug of hot chocolate. <i>Explain the three answers.</i></p>
<p>Anatole, Benjamin y Chloé vuelven de un día de esquí. Su madre les pregunta: « ¿ Todos quereis chocolate caliente ? ». Anatole contesta « No lo sé ». Benjamin, tras él, contesta: « No lo sé ». Chloé, después de escuchar a sus hermanos, contesta « ¡Sí! ». La madre les sirve a todos. <i>Explica cada respuesta.</i></p>		<p>Anatole, Benjamin et Chloé rentrent d'une sortie de ski. Leur maman leur demande: « Est-ce que tout le monde veut un chocolat chaud ? ». Anatole répond « Je ne sais pas ». Benjamin, à son tour, répond: « Je ne sais pas ». Chloé a écouté ses frères et répond « Oui ! ». La maman sert chacun. <i>Expliquer chaque réponse.</i></p>

Zadanie 2 (5 punktów) Ułożyć w kwadracie

Floriane kupiła pas sztucznego trawnika o kształcie prostokąta i wymiarach 9 m na 4 m. Chce zrobić z niego kwadrat, używając jak najmniejszej liczby kawałków trawnika i bez ściniek materiału.

Przy pomocy rysunku wyjaśnij, w jaki sposób Floriane poradzi sobie z tym zadaniem.



Matematyka Bez Granic

Zadanie 3 (7 punktów) Matematyczna piłka nożna

Animator zorganizował turniej piłki nożnej pomiędzy trzema kempingami. Każdy kemping wystawił jedną drużynę. Każda drużyna zagrała tylko jeden raz z każdą spośród pozostałych drużyn. Poniższa tabelka przedstawia w sposób niepełny wyniki spotkań.



Drużyna	Liczba wygranych meczów	Liczba remisów	Liczba przegranych meczów	Liczba zdobytych bramek	Liczba straconych bramek
Niebieskie Fale			1	3	2
Rozgwiastka		1	1	0	
Sosnowy las					1

Przerysuj i uzupełnij tabelkę.

Zadanie 4 (5 punktów) Bok do boku

D 5				A 6		A 1	
	B 1		B 6		C 5		C 2
		B 3		C 7		C 4	
	A 4				D 8		D 3



Sylvie gra trzydziestoma dwiema różnymi kartami, z których każda jest oznaczona za pomocą liczby naturalnej od 1 do 8 oraz litery A, B, C lub D. W tej grze dwie karty o wspólnym boku muszą mieć albo tę samą liczbę, albo tę samą literę.

Sylvie umieściła na stole 13 kart. Na karcie odpowiedzi przerysuj i uzupełnij tabelkę obok.

Zadanie 5 (7 punktów) Może zostać tylko jeden!

Oto algorytm:

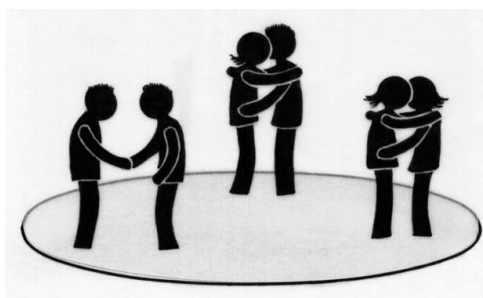
- Wybrać liczbę całkowitą $N \geq 2$.
- Zapisać wszystkie liczby całkowite od 1 do N .
- Pominąć dwie dowolnie wybrane liczby całkowite i zastąpić je przez ich sumę pomniejszoną o 1.
- Powtarzać ostatnią operację tak długo, aż pozostanie tylko jedna liczba.
- Podać wynik.



Czy można przewidzieć wynik, jeśli wybraną liczbą N jest 10? Wyjaśnij.

Jaki wynik otrzymamy, gdy wybraną liczbą N będzie 100?

Zadanie 6 (5 punktów) Walc pocałunków



W szkolnej wycieczce uczestniczyło 24 uczniów i 3 nauczycieli. Na pożegnanie dziewczęta wymieniają się pocałunkami, całują chłopców, a chłopcy wymieniają uściski dłoni. Nauczyciele stosują się oczywiście do tych samych zasad, co uczniowie, a każdy uczeń ściska dłoń nauczycielom.

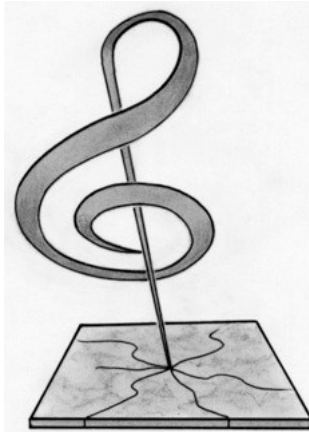
Razem zostało wymienionych 118 uścisków dłoni.

Znajdź liczbę dziewcząt i nauczycielek, które uczestniczyły w wycieczce szkolnej. Uzasadnij.

Matematyka **B**ez **G**ranic**Zadanie 7 (7 punktów) Powrót z daleka**

Dwie proste (d) i (d') są prostopadłe do siebie i przecinają się w punkcie O . Umieść punkt A na dwusiecznej jednego z kątów prostych, tak, że $OA = 5$ cm. Niech B będzie punktem należącym do (d). Prosta (AB) przecina (d') w C . Punkt M jest środkiem odcinka $[BC]$.

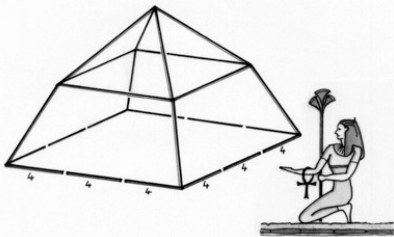
Gdy punkt B przechodzi przez prostą (d), punkt M zakreśla krzywą. Narysuj tę krzywą.

**Zadanie 9 (7 punktów) Zbudujmy piramidę!**

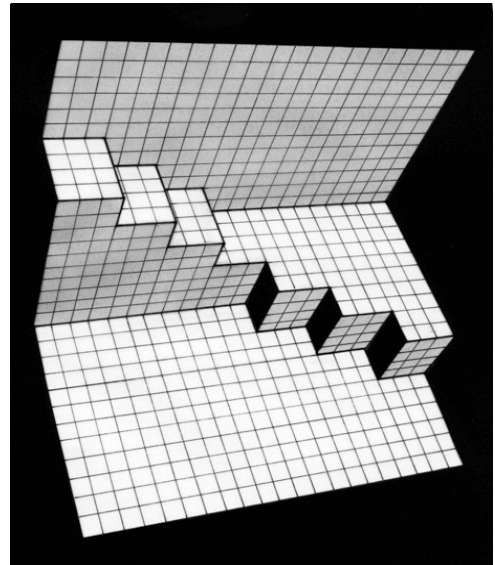
Hugo ma pudełko z patyczkami o długości 4 i 8 cm. Wykonał przedstawioną poniżej bryłę. Do wykonania kwadratowej podstawy użył patyczków czterocentymetrowych, a do reszty - ośmiocentymetrowych.

Znajdź co najmniej jeden sposób na przekształcenie tej bryły w prawdziwą piramidę, dodając 4 patyczki. Uzasadnij.

Oblicz z dokładnością co do milimetra wysokość jednej z otrzymanych piramid.

**Zadanie 8 (5 punktów) Kirigami**

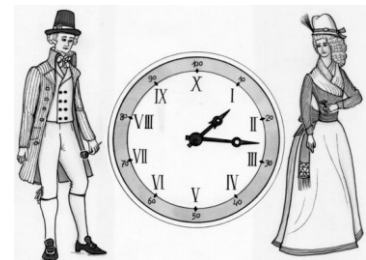
Kirigami to japońska sztuka cięcia i składania kartki papieru, w taki sposób, aby przy składaniu kartki ukazały się wypukłe przedmioty. Narysowany przedmiot kirigami przedstawia dwoje nietypowo rozmieszczonych schodów. Otrzymano go przez proste przecięcie i złożenie jednej kartki papieru. Schody pojawiają się, kiedy składa się kartkę.



Przetnij i złoż pokratkowaną kartkę papieru tak, aby pojawiły się schody, jak na rysunku. Zachowaj odpowiednie rozmiary. Przyklej przedmiot kirigami na karcie odpowiedzi.

Zadanie 10 (10 punktów) Obywatele, do wskazówek!

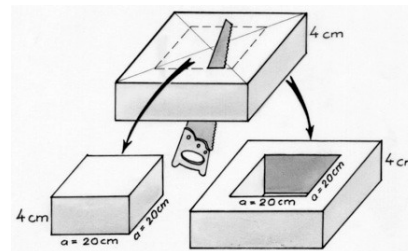
Podczas Rewolucji Francuskiej rząd chce wprowadzić dziesiętny system liczbowy dla wszystkich jednostek miary. Na krótki okres Pierwszej Republiki ustanawia zatem godzinę w dziesiętnym systemie liczbowym. Zostają zmienione jednostki czasu i tarcze zegarów. Doba od północy do północy jest podzielona na 10 godzin w systemie dziesiętnym, z których każda ma 100 minut w systemie dziesiętnym. Każda minuta dziesiąta ma 100 dziesiątych sekund. Tarcza zegara w systemie dziesiętnym przedstawia dobę. Tak oto mała wskazówka zegara w dziesiętnym systemie liczbowym wykonuje jedno okrążenie po tarczy zegara w ciągu dziesięciu godzin dziesiętnych, a duża wskazówka wykonuje jedno okrążenie po tarczy zegara w ciągu jednej godziny dziesiętnej. *Narysuj tarczę zegara w dziesiętnym systemie liczbowym wskazującą południe. Narysuj tarczę innego zegara dziesiętnego wskazującą godz. 13.20 sprzed rewolucyjnych zmian. Odpowiedź uzasadnij.*



Zadania specjalne dla pierwszej klasy szkoły ponadgimnazjalnej

Zadanie 11 (5 punktów) Dwie części

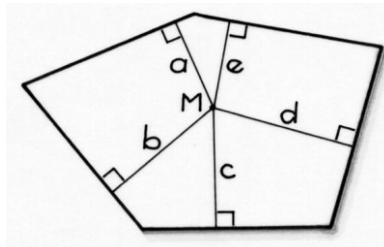
Myriam ma przed sobą płytę styropianową o grubości 4 cm. Płyta jest bryłą o podstawie kwadratu. Wycina z płyty prostopadłościan o podstawie kwadratu o boku 20 cm. Mówi do Zofii: „Patrz, otrzymałam dwie bryły. Objętość jednej jest mniejsza od objętości drugiej. Gdybym wycięła prostopadłościan o podstawie kwadratu o boku 19 cm, było by na odwrót”.



Dla jakiej wartości całkowitej boku podstawy płyty, wyrażonej w centymetrach, stwierdzenie Myriam jest prawdziwe? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 12 (7 punktów) Niezmienność pięciokąta

Jan skonstruował przy pomocy dynamicznego oprogramowania geometrycznego pięciokąt o pięciu równych bokach i różnych kątach. Następnie umieścił punkt M wewnątrz pięciokąta i wyznaczył odległości od tego punktu do każdego boku figury. Umieszczając punkt M wewnątrz pięciokąta stwierdził, że suma pięciu odległości pozostaje zawsze taka sama, niezależnie od pozycji M .



Znajdź prostą relację pomiędzy polem powierzchni pięciokąta Jana i sumą odległości z punktu M do pięciu boków figury. Objasnij przypuszczenia Jana.



Zadanie 13 (10 punktów) Składanie w ułamkach (dla 1. klas ogólnych i technicznych)

Pan Kazuo Haga, mistrz origami, znalazł ciekawą metodę podziału kwadratowej kartki na równe części poprzez odpowiednie składanie. Poniżej przedstawiamy pierwsze etapy metody, dzięki której otrzymamy $1/5$ boku:

1. Złożyć kwadratową kartkę papieru na cztery równe części.	2. Nałożyć lewy róg na jedną czwartą prawego boku	3. Nałożyć lewy róg na jedną czwartą prawego boku	
<p>Wytnij oba pokolorowane trójkąty. Ułóż je tak, aby można było skorzystać z podobieństwa trójkątów.</p>			

Przyklej trójkąty na karcie odpowiedzi w tym ułożeniu. Oblicz X , a następnie Y . Dzięki jakiemu końcowemu złożeniu otrzymamy $1/5$ boku kartki.

Zadanie 13 (10 punktów Pomysł na ciąg (dla 1. klas zawodowych)

Théo pisze ciąg liczb całkowitych dodatnich. Rozpoczyna trzykrotnym zapisem liczby 1, potem pisze inną liczbę. Następnie ustala następującą zasadę: „począwszy od piątej liczby, każda nowa liczba jest równa sumie czterech poprzednich”. Dwunasta liczba Théo to 1213. **Jaka jest czwarta liczba ciągu? Znajdź dwudziestą piątą liczbę tego ciągu. Akceptujemy rozwiązania dokonane przy pomocy Excela.**



Matematyka Bez Granic