Matematyka Bez Granic

Etap finałowy- 14 marca 2013

* Rozwiązaniekażdego zadania należy przedstawić na osobnym arkuszu odpowiedzi (arkusz formatu A4).
* Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zadań, zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
* Staranność wykonania będzie również punktowana.

Zadanie 1 (7 punktów) Widać wyraźnie

Zredaguj odpowiedź w języku francuskim, niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim używając co najmniej 30 słów.

Trois clowns, Anatole, Michel et Thomas, ont laissé trois chapeaux rouges et deux chapeaux verts dans la loge. Avant de sortir sur la scène, chacun d'eux doit prendre un chapeau. Los clowns ne trouvent pas l' interrupteur et la loge est dans l'obscurité. Chacun prend un chapeau au hasard et le met sur la tête. Ils sortent de la loge et entrent sur la scène. Nous demandons à chaque clown s'il est capable de deviner la couleur de son chapeau. Anatole regarde les deux autres et dit :«Non». Ensuite, Michel regarde les deux autres et dit : « Non». Enfin, Thomas qui est aveugle, dit : « Oui ».
Explique comment le clown aveugle a pu deviner la couleur de son chapeau.

Tres payasos, Anatole, Michel y Thomas, han dejado tres sombreros rojos y dos sombreros verdes en el camerino.Antes de salir a escena, tienen que coger un sombrero cada uno. Los payasos no encuentran el interruptor y el camerino está a oscuras. Cada uno coge un sombrero al azar y se lo pone en la cabeza. Salen del camerino y entran en escena. Preguntamos a cada payaso si es capaz de adivinar el color de su sombrero. Anatole mira los otros dos y dice "No". Luego Michel mira los otros dos y dice "No". Por fin Thomas, que es ciego, dice "Si".
Explica cómo el payaso ciego ha podido adivinar el color de su sombrero.

Three clowns, Anatole, Michel and Thomas, keep three red hats and two green hats in their dressing-room. Before going on stage they each need to put on a hat. The clowns cannot find the light switch and the dressing-room is in darkness. Each clown picks a hat at random and puts it on his head. They leave the dressing-room and go on stage. Each clown is asked if he can work out the colour of his hat.Anatole looks at the two others and says "No". Then Michel looks at the two others and says "No". Finally Thomas, who is actually blind, replies "Yes".
Explain how this blind clown was able to work out the colour of his hat.

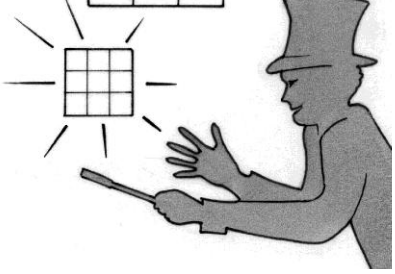
Tre clown, Anatole, Michele e Tommaso hanno depositato in camerino tre cappelli rossi e due verdi. Prima di entrare in scena ognuno di loro deve recuperare un cappello. I clown non trovano l'interruttore e il camerino è completamente al buio. Tutti prendono un cappello a caso, se lo mettono, poi, escono dal camerino ed entrano sulpalcoscenico. Alla domanda se sono in grado d'indovinare il colore del proprio cappello, Anatole guarda gli altri due e dichiara : « No ». Michele, a sua volta, guarda gli altri due e dichiara : « No ». Tommaso, infine, che è cieco risponde : « Sì ».
Spiegate come il clown cieco abbia potuto determinare il colore del suo cappello.

Drei Clowns, Anatole, Michel und Thomas, haben drei rote Hüte und zwei grüne Hüte in ihrer Garderobe. Vor ihrem Auftritt muss jeder der drei Clowns einen Hut holen. Die Clowns finden den Lichtschalter nicht und in der Garderobe ist es dunkel. Jeder nimmt zufällig einen Hut und setzt ihn auf. Sie gehen aus der Garderobe hinaus und treten auf. Jeder Clown wird gefragt, ob er in der Lage ist, die Farbe seines Hutes zu erraten. Anatole schaut die beiden anderen an und sagt: „Nein". Dann schaut Michel die beiden anderen an und sagt: „Nein". Zuletzt antwortet Thomas, der blind ist: „Ja".
Erklärt, wie der blinde Clown die Farbe seines Hutes bestimmen konnte.

Zadanie 2 (5 punktów) Matemagika

Ta tabelka jest naprawdę magiczna!
Wybierz z niej trzy liczby pamiętając, by żadne dwie z nich nie leżały w tej samej linii bądź w tej samej kolumnie. Dodaj je do siebie.
Wybierz trzy inne liczby i wykonaj obliczenia jeszcze raz, kierując się tą samą regułą.

13	8	5
10	5	2
17	12	9



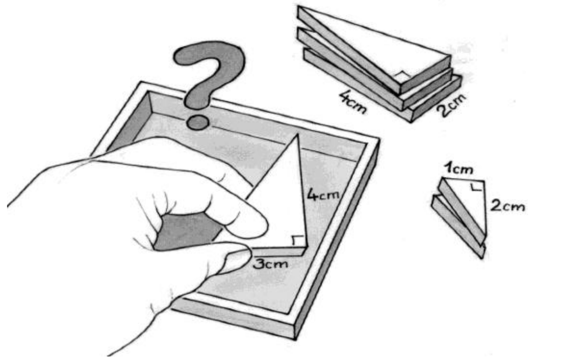
Na czym polega magia tabelki?
Stwórz własną dziewięciokratkową magiczną tabelkę, w której suma trzech liczb wyniesie 40. Liczby w tabelce nie mogą się powtarzać.

Zadanie 3 (7 punktów) **Żeby nie zabrakło paliwa**

Zawsze, gdy tankuję, napełniam całkowicie bak i zeruję licznik. Na tablicy rozdzielczej ilość paliwa w zbiorniku symbolizuje sześć prostokątów. Każdy z nich przedstawia jedną szóstą pojemności zbiornika. Za każdym razem, gdy zużyta zostanie jedna szósta baku, jeden czarny prostokąt staje się biały. Gdy piąty prostokąt stanie się biały, uruchamia się sygnał dźwiękowy, a ostatni prostokąt zaczyna migotać. Od tego momentu pojazd zaczyna jechać na „rezerwie" R. Od ostatniej wizyty na stacji benzynowej samochód przejechał 252,6 km i pozostały 4 czarne prostokąty.

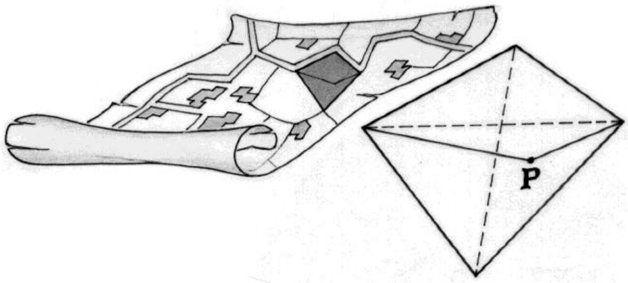
Oblicz najmniejszą i największą odległość, jaką mogę jeszcze przebyć w tych samych warunkach jazdy, zanim zacznę jechać na „rezerwie".

Zadanie 4 (5 punktów) **Trójkąty w kwadrat**



Ułóż kwadrat z sześciu następujących trójkątów:
2 trójkąty prostokątne o przyprostokątnych równych odpowiednio 1 i 2 cm;
3 trójkąty prostokątne o przyprostokątnych równych odpowiednio 2 i 4 cm;
1 trójkąt prostokątny o przyprostokątnych równych odpowiednio 3 i 4 cm.

Zadanie 5 (7 punktów) **Sprawiedliwy braterski podział**



Pan Jan chce podzielić swoje czworoboczne pole na dwie parcele o jednakowej powierzchni, aby przekazać je swoim synom: Piotrowi i Pawłowi.
Piotr mówi: „Jest na to łatwy sposób: wystarczy wybrać szczególny punkt P na jednej przekątnej i połączyć go z końcami drugiej przekątnej." Paweł dodaje: „Oczywiście, ale przemieszczając P z tego miejsca, można znaleźć dla P nieskończenie wiele innych możliwych położeń."

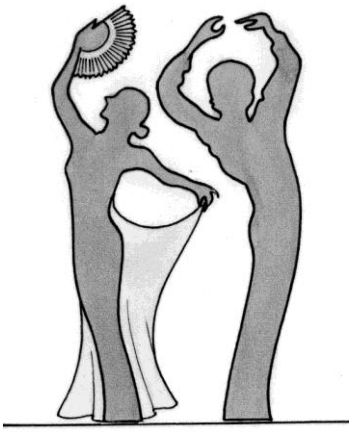
Narysuj czworobok przedstawiający pole pana Jana. Określ pozycję punktu P odpowiadającą rozwiązaniu Piotra i udowodnij równość pól otrzymanych w ten sposób parceli. Narysuj zbiór rozwiązań wymienionych przez Pawła. Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zadanie 6 (5 punktów) **Powrót na start**

Olek, Klaudiusz i Staszek grają w grę. Na koniec każdej rundy przegrany oddaje część swoich żetonów dwóm pozostałym graczom, aby każdy z nich mógł podwoić liczbę swoich żetonów. Po piątej rundzie Olek ma 10 żetonów, Klaudiusz 9, a Staszek tylko 8.

Znajdź liczbę żetonów, którą posiadał każdy gracz przed rozpoczęciem gry. Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zadanie 7 (7 punktów) **W opozycji**



Jestem pewną liczbą całkowitą większą od 2.
Każda para stwierdzeń na mój temat zawiera jedno zdanie prawdziwe i jedno fałszywe.

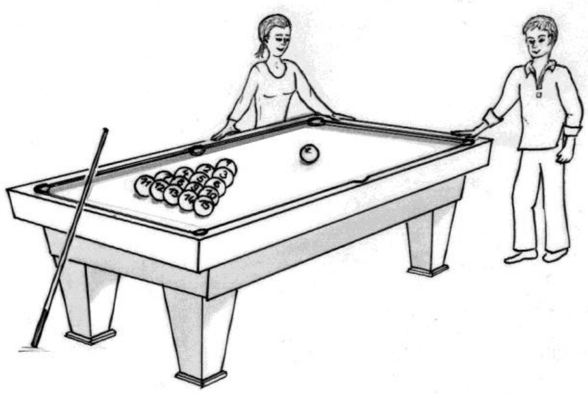
1a. Jestem liczbą dwucyfrową.
1b. Jestem parzysta.
2a. Jestem kwadratem liczby całkowitej.
2b. Jestem liczbą trzycyfrową.
3a. Jestem liczbą, w której zapisie pojawia się 7.
3b. Mam tylko dwa dzielniki: 1 i siebie samą.
4a. Jestem iloczynem dwóch kolejnych liczb nieparzystych.
4b. Jestem równa kwadratowi liczby całkowitej plus jeden.
5a. Jestem podzielna przez 11.
5b. Jestem równa sześcianowi liczby całkowitej plus jeden.

Kim jestem? Uzasadnij swoją odpowiedź.

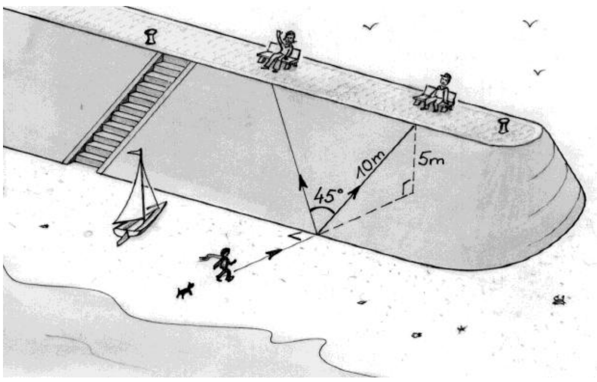
Zadanie 8 (5 punktów) **Bilard to łatwizna!**

W bilard amerykański gra się piętnastoma ponumerowanymi od 1 do 15 bilami i jedną bilą białą. Runda kończy się, gdy na stole zostaje tylko biała bila. Po skończonej grze Bonnie i Clyde podliczają punkty. Bonnie uzyskuje dokładnie dwa razy więcej punktów niż Clyde, choć zdobyła mniej bil od niego.

Przedstaw, jak mogły rozłożyć się wygrane przez Bonnie punkty.



Zadanie 9 (7 punktów) **Tama w Malo**



Wracając z plaży, Lilka postanawia wejść na tamę w Malo-les-Bains. Tama ma 5 m wysokości. Najkrótsza, a więc i najbardziej stroma droga ma długość 10 m; nachylenie tamy wynosi 50%, czyli jak 5 do 10. Lilka jest zmęczona, więc decyduje się na podejście wzdłuż linii prostej odchylonej o 45° w stosunku do najkrótszej drogi.

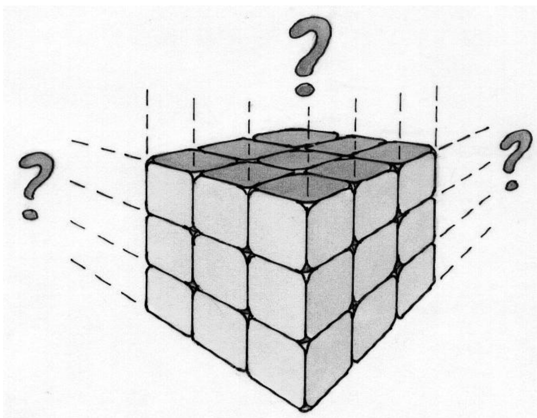
Oblicz w procentach nachylenie nowej drogi.

O jaki kąt powinna być odchylona trasa Lilki, aby jej nachylenie wyniosło 25%? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zadanie 10 (10 punktów) **Niezamalowane**

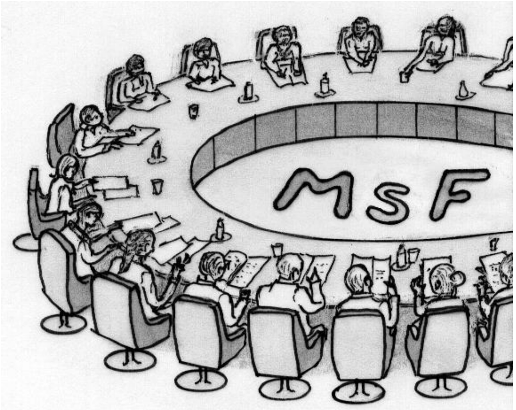
Duży sześcian otrzymano z połączenia małych sześcianów o objętości 1 cm^3. Pewną liczbę ścian dużego sześcianu całkowicie zamalowano. Jednak 48 małych sześcianów nie ma ani jednej pomalowanej ściany.

Przedstaw wszystkie możliwe sześciany wraz z pomalowanymi ścianami. Uzasadnij swoją odpowiedź. Dla każdego przypadku, narysuj siatkę dużego sześcianu wraz z pomalowanymi ścianami.



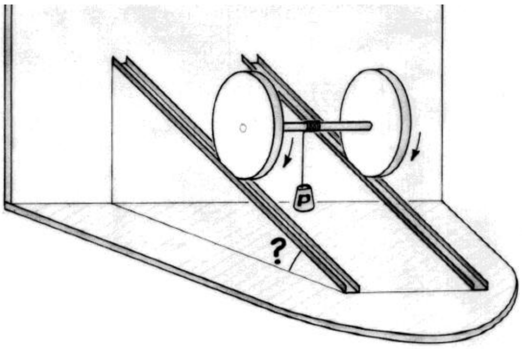
Zadania specjalne dla pierwszej klasy szkoły ponadgimnazjalnej

Zadanie 11 (5 punktów) Zgromadzenie MbG

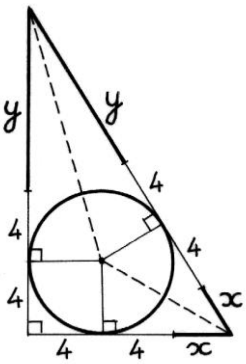


Podczas Zgromadzenia Ogólnego Matematyków bez Granic, uczestnicy siedzą przy dużym stole z obrotowym blatem. Grupa składa się z kobiet i mężczyzn. Po prawej stronie siedmiu kobiet siedzi kobieta, a po prawej stronie dwunastu kobiet – mężczyzna. Trzy czwarte mężczyzn ma po swojej prawej stronie kobietę. Jedna z obecnych osób zostaje losowo wybrana do napisania sprawozdania.
Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybór padnie na kobietę? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zadanie 12 (7 punktów) **Spadek wstępujący**



Rysunek przedstawia dwa koła połączone osią. Koła toczą się bez poślizgu po dwóch równoległych szynach. Na oś nawinięto sznurek z odważnikiem na końcu. Kiedy koła przemieszczają się w dół, sznurek nawija się na oś, choć odważnik przemieszcza się poziomo. Średnica obu kół wynosi 10 cm, a osi – 1 cm.
Oblicz kąt nachylenia szyn w stosunku do podłoża, z dokładnością do jednego stopnia.



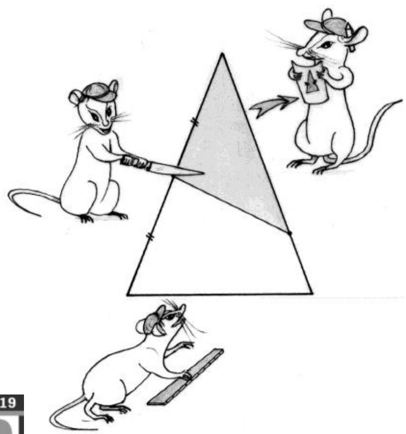
Zadanie 13 (10 punktów) **To jest wpisane** (**wyłącznie dla 1. klas szkół ogólnokształcących i technikum)**

Anna szuka wszystkich trójkątów prostokątnych spełniających dwa następujące warunki:

- długość ich boków w centymetrach wyraża się w liczbach całkowitych,
- promień okręgu wpisanego w trójkąt wynosi 4 cm.

Aby tego dokonać wykonała rysunek obok.
Znajdź wszystkie trójkąty prostokątne spełniające oba warunki. Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zadanie 13 (10 punktów **Banda myszy** **(wyłącznie dla 1. klas zawodowych)**



Banda trzech myszy dzieli się kawałkiem sera w kształcie trójkąta równoramiennego o podstawie 6 cm i wysokości 8 cm. Szefowi bandy przypada najlepszy kąsek – wierzchołek. Nóż przecina jeden bok w połowie, a drugi – w trzech czwartych. Dwie pozostałe myszy dzielą się resztą sprawiedliwie po połowie.
Sprawdź, czy szef wziął największy z trzech kawałków.
Zaproponuj, w jaki sposób należy pokroić pozostały ser, aby otrzymać dwie równe części.
Do rozwiązania tego zadania gorąco polecamy użycie narzędzia informatycznego.