

Mathématiques Sans Frontières



Konkurs 7 marca 2007

- ✓ Rozwiązanie każdego zadania należy napisać na osobnej kartce.
- ✓ Obowiązuje limit jednej kartki na zadanie.
- ✓ Rozwiązania zadań 1, 2, 3, 6, 9, 10, 12 i 13 należy podać wraz z uzasadnieniem.
- ✓ Częściowe rozwiązania także mogą być punktowane.
- ✓ Pod uwagę brana będzie też staranność pracy.

Mathématiques
SANS
Frontières

Zadanie 1 7 punktów

Robota przy zmywaku

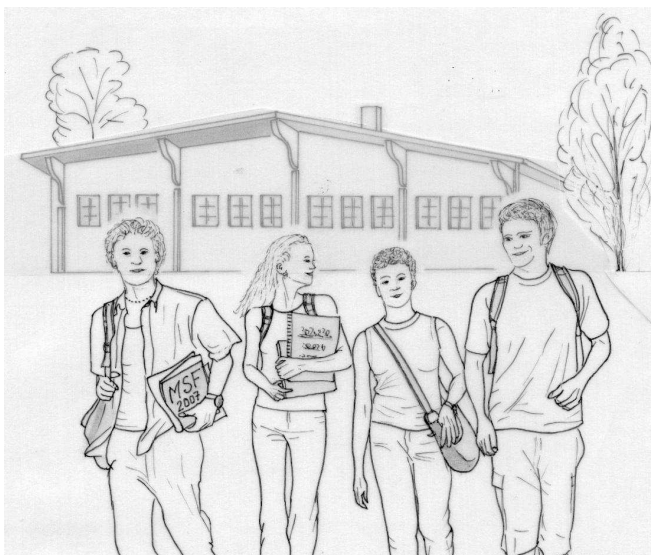
Treść zadania należy przetłumaczyć na polski.
Odpowiedź zredagować po angielsku, niemiecku,
francusku lub hiszpańsku w minimum 30 słowach.

9 Erwachsene und 16 Jugendliche befinden sich in einem Ferienlager. Während ihres Aufenthalts müssen 68% von ihnen Geschirr spülen. Die Jugendlichen verstehen, dass mindestens die Hälfte von ihnen den Abwasch erledigen muss. Aber sie glauben auch, dass zumindest zwei Erwachsene ihnen helfen werden.

Haben die Jugendlichen Recht? Begründet eure Antwort.

Un groupe de 9 adultes et 16 adolescents passent ensemble les vacances dans un centre de vacance. On sait que pendant tout le séjour 68% du groupe devra faire la vaisselle. Les adolescents pensent qu'au moins la moitié d'entre eux devra la faire mais ils pensent aussi qu'au moins deux adultes vont les aider.

Ont-ils raison? Justifiez.



9 adultos y 16 adolescentes están en un centro de vacaciones. Durante esta temporada, 68% de estas personas tienen que lavar la vajilla. Los adolescentes entienden que entre ellos, la mitad por lo menos tiene que lavar la vajilla. Pero piensan que por lo menos dos adultos les ayudarán.

¿Tienen razón los adolescentes? Justifica.

9 adults and 16 teenagers are spending holidays in a holiday centre. During their stay, 68% of these people have to do the washing-up.

The teenagers understand that at least half of them have to do the washing-up. But they think that at least 2 adults are going to help them.

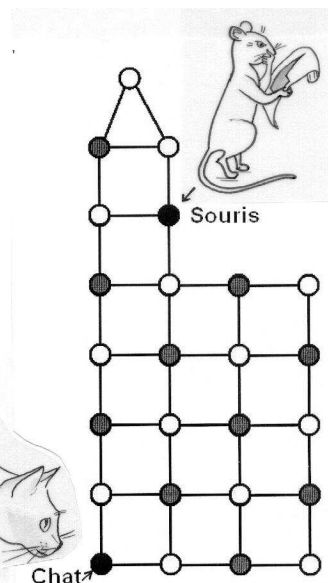
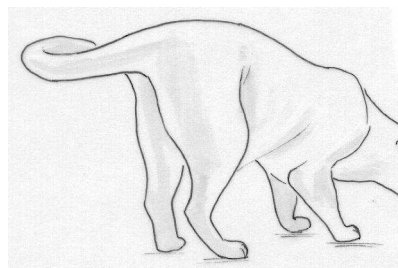
Are the teenagers right? Justify.

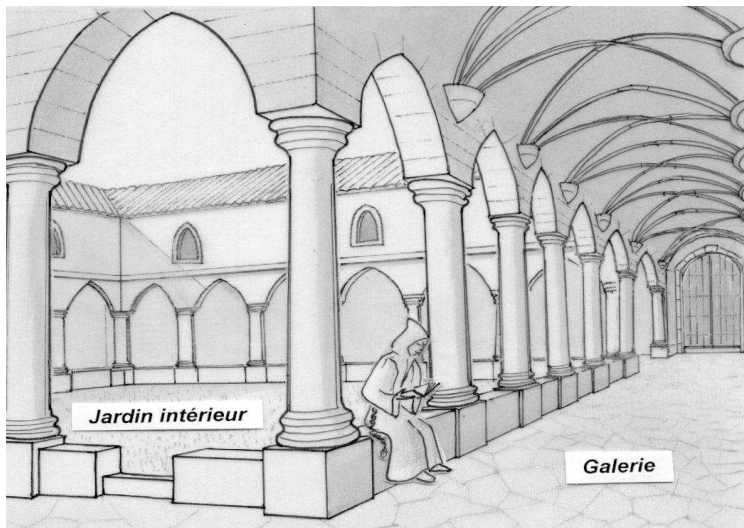
Zadanie 2 5 punktów

Uciekaj, myszko!

Diagram z rysunku obok składa się z kwadratów i trójkąta. W ich wierzchołkach rozmieszczone są okrągłe pola, po których poruszają się kot (chat) i mysz (souris). Na początku zwierzęta zajmują pola zaznaczone na rysunku. Potem przemieszczają się kolejno, przechodząc na sąsiednie pola wzdłuż zaznaczonych odcinków. Kot zaczyna pierwszy i chce złapać mysz. Bedzie mógł ją zjeść, jeśli znajdą się na tym samym polu.

Według jakiej strategii powinien przemieszczać się kot, aby mieć pewność, że złapie mysz? Odpowiedź uzasadnić.





Zadanie 3 **Średniowieczna technika** 7 punktów

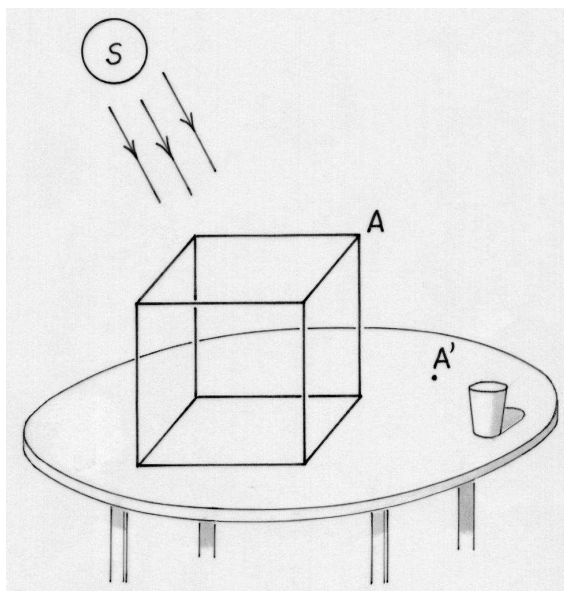
Przy konstruowaniu kwadratowych dziedzińców klasztornych o harmonijnych wymiarach średniowieczni architekci korzystali z następującej techniki:

rysowali okrąg i wpisany weń kwadrat, aby określić wielkość wewnętrznego ogrodu, następnie rysowali drugi kwadrat o bokach stycznych do okręgu i równoległych do boków pierwszego kwadratu. Obszar zawarty między bokami obu kwadratów tworzył galerię.

Przedstawić na rysunku szkic dziedzińca. Porównać pola ogrodu i galerii.

Zadanie 4 **Sylwetka** 5 punktów

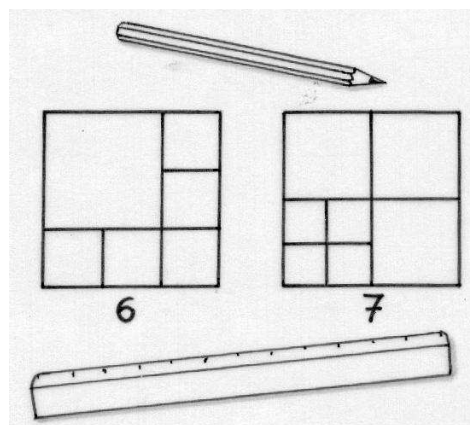
W słoneczny dzień na stole położono sześcian wykonany z drutu. Punkt A' jest cieniem punktu A .



Narysować powiększenie układu z rysunku, a następnie dorysować cień rzucany przez sześcian.

Zadanie 5 **Podziały** 7 punktów

Justyna badała możliwości podziału kwadratu na kwadraty. Rysunek przedstawia podział kwadratu na 6 i 7 części.



Potem zaczęła zastanawiać się nad podziałem trójkąta równobocznego: «Czy jest możliwy jego podział na 4, 5, 6, 7, 8, 9 i 10 trójkątów równobocznych?»

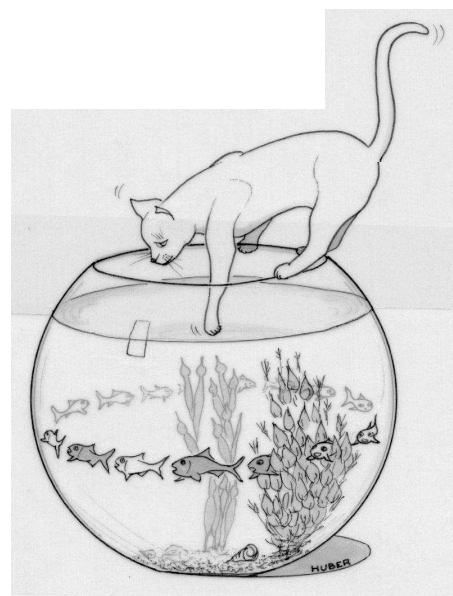
Przedstawić na rysunkach podane podziały (o ile istnieją). Dzielony trójkąt ma mieć bok długości 6 cm.

Zadanie 6 **Ławica** 5 punktów

W szklanym akwarium rybki czerwone i białe pływają w kółko w jednym kierunku. Każda z nich ma przed sobą dokładnie jedną rybkę. Można policzyć, że:

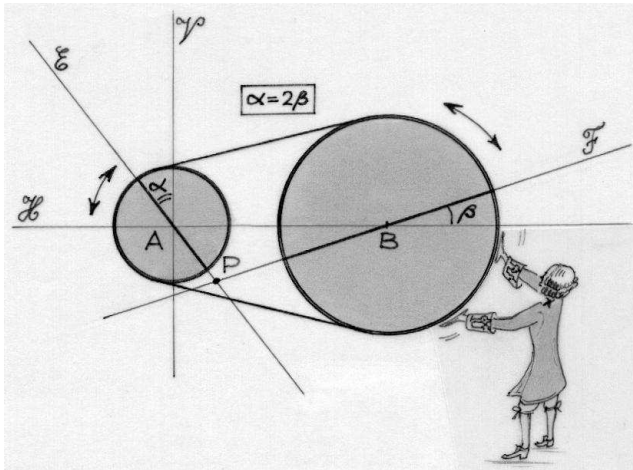
- jest 7 rybek czerwonych, które pływają za rybką czerwoną,
- jest 12 rybek czerwonych, które pływają za rybką białą,
- są 3 rybki białe, które pływają za rybką białą.

Ile rybek pływa w akwarium? Odpowiedź uzasadnić.



Zadanie 7
7 punktów

Strofoida Newtona



Dwa koła (duże i małe) połączono pasem transmisyjnym. W czasie gdy duże koło robi jeden obrót, małe obraca się dwa razy. Środki kół A i B są odległe o 6 cm i leżą na prostej poziomej H . W kołach poprowadzono średnice zawarte odpowiednio w prostych E i F . Na początku prosta F jest pozioma i pokrywa się z prostą H , a prosta E pionowa i pokrywa się z prostą V przechodzącą przez punkt A . Wprawiamy oba koła w ruch. **W każdym momencie prosta E tworzy z prostą V kąt dwa razy większy od tego, który tworzy prosta F z poziomą prostą H .** Interesuje nas krzywa zakreślona przez punkt P , to jest punkt przecięcia prostych E i F .

Wykreślić punkt po punkcie tę krzywą, zaznaczając położenie prostych E i F w różnych momentach ruchu.

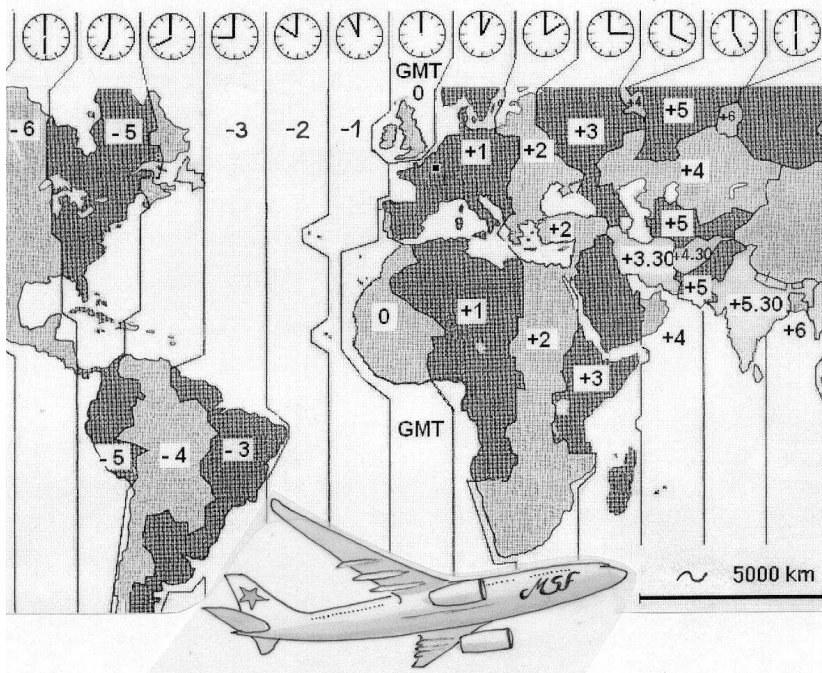
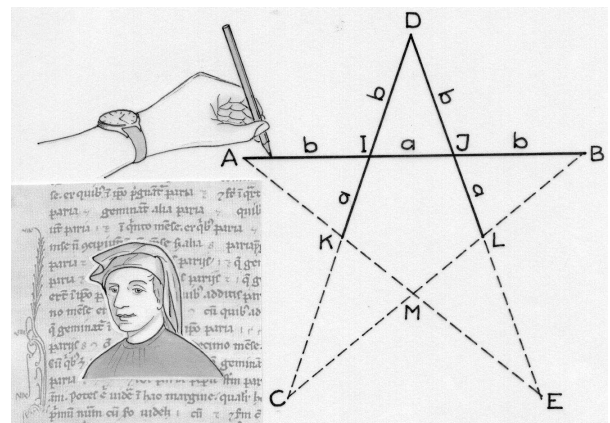
Zadanie 8
5 punktów

Anatomia gwiazdy

Leszek znalazł notatki Leonarda z Pizy opisujące konstrukcję pięciokątą gwiazdzistego: «Wybrać dwie liczby całkowite a i b , a następnie rozmieścić punkty A, I, J, B, D, K i L tak, jak pokazano na rysunku. Przedłużenia odcinków DK, BL, DL i AK pozwalają znaleźć wierzchołki C i E gwiazdy $ABCDE$ ».

Leszek zauważył, że dla $a=2$ i $b=3$ gwiazda nie jest doskonała. Nie jest foremna, ponieważ ramiona KC i LE są zbyt długie. Teraz jest rozczarowany. Próbuje skonstruować bardziej foremny pięciokąt gwiazdzisty, wybierając inne wartości dla a i dla b .

Stosując podaną metodę, narysować możliwie najbardziej foremny pięciokąt gwiazdzisty. Za jednostkę przyjąć 1 cm. Jak należy dobrać liczby a i b , aby pięciokąt w całości zmieścił się na kartce A4?



Zadanie 9
7 punktów

Zmiana czasu

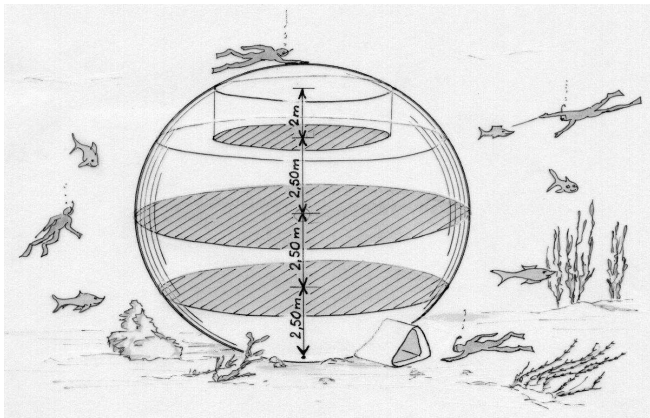
24 lutego, uciekając przed srogą zimą, Michał wyjeżdża na dwa tygodnie.

- Jego samolot startuje z Paryża o 23:15 czasu lokalnego.
- Ląduje w porcie docelowym nazajutrz o 6:45 czasu lokalnego.
- W drodze powrotnej, 10 marca, jego samolot wystartuje o 20:30 czasu lokalnego.

Michał obliczył, że jeśli podróż w każdą stronę zajmie mu tyle samo czasu, to przybędzie do Paryża 11 marca w południe.

Prędkość samolotu wynosi około 900 km/h.

Wyznaczyć czas przelotu, a następnie za pomocą przedstawionej mapki określić położenie celu lotu Michała.



Zadanie 10 Wielki błękit

Pewien architekt projektuje mieszkania w kształcie sfer, przeznaczone do umieszczenia ich na dnie morza. Sfery te mają promień długości 5 m i zawierają trzy poziome piętra. Pierwsze znajduje się na wysokości 2,5 m, drugie 5 m, a trzecie 7,5 m licząc od dna sfery. Na trzecim piętrze za powierzchnię użytkową uważa się obszar, na którym wysokość przekracza 2 metry.

Obliczyć całkowitą powierzchnię użytkową tego mieszkania.

ZADANIA DLA KLAS I LICEUM i TECHNIKUM

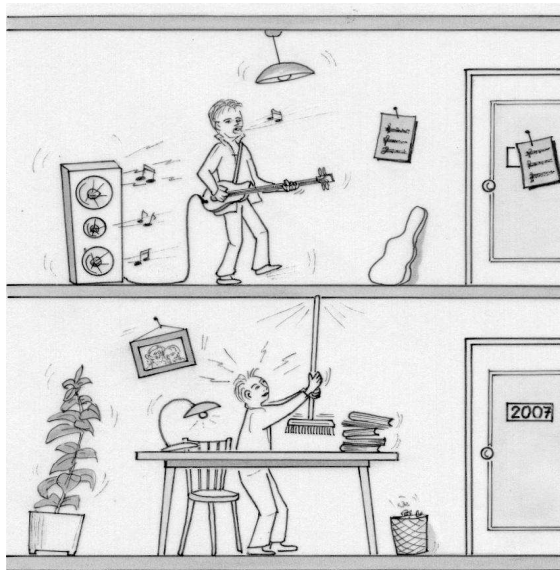
Zadanie 11 Brzdąkanie

W wieżowcu o przekroju trójkąta mieszkania numerowane są od wierzchołka w sposób przedstawiony poniżej:

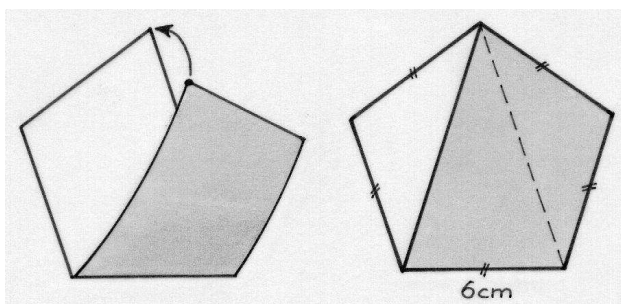
			1		
		2	3	4	
	5	6	7	8	9
10	11	12	13

Właściciel apartamentu 2007 skarży się na sąsiada z góry, który ciągle hałasuje.

Jaki numer ma mieszkanie hałaśliwego sąsiada?



Zadanie 12 Origami



Ela wzięła kawałek papieru w kształcie czworokąta i złożyła go jednokrotnie, nakładając jeden wierzchołek czworokąta na przeciwległy. Otrzymała w ten sposób pięciokąt foremny o boku długości 6 cm.

Obliczyć kąty i długości boków składanego czworokąta. Następnie złożyć z niego taki pięciokąt i przykleić go na kartce z rozwiązaniem.

Zadanie 13 Zapakować?

Adam w czasie przyjęcia zrobił zdjęcia swoim przyjaciołom. Mają one kształt prostokąta o szerokości 9 cm i długości 13 cm. Adam chciałby je ofiarować przyjaciołom. Każde zdjęcie zawinął w prostokątny arkusz papieru w następujący sposób: zdjęcie ułożył tak, żeby każdy jego róg dotykał brzegu kartki, a wystające rogi kartki zagiął. Okazało się, że idealnie zakrywają one zdjęcie, nie nakładając się na siebie nawzajem i nie zostawiając wolnej powierzchni.

Wyznaczyć wymiary arkusza papieru.

