

Matematyka Bez Granic



Etap finałowy konkursu - 26 lutego 2008

- * Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na osobnym arkuszu odpowiedzi.
- * W rozwiązaniach zadań 2, 3, 4 i 7 należy przedstawić tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
- * Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zadań, zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
- * Estetyka zaprezentowania rozwiązań będzie również punktowana.

Mathématiques
sans Frontières
en Pologne

Zadanie 1 (7 punktów) *Odwagi ścigani!*

Zredaguj odpowiedź w języku niemieckim, angielskim, francuskim lub włoskim używając co najmniej 30 słów.

Die Nacht ist schwarz und ohne Mond. Juliette, Romain, Antoine und Sophie werden von gefährlichen Räufern verfolgt. Um ihnen zu entkommen, müssen sie mit Hilfe eines Stegs einen Abgrund überwinden. Der Steg ist in sehr schlechtem Zustand und hält höchstens das Gewicht von zwei Personen aus.

Für die Überquerung braucht man unbedingt eine Beleuchtung. Die vier Freunde besitzen nur eine einzige Laterne, die in einer halben Stunde erlischt.

Juliette ist schnell: Sie schafft es den Steg in einer Minute zu überqueren. Romain braucht 2 Minuten für die Überquerung. Antoine ist langsam, er braucht dafür 10 Minuten. Sophie ist noch langsamer, sie benötigt 20 Minuten.

Wenn zwei Freunde gemeinsam hinübergehen, dann kommen sie im Rhythmus des langsamsten voran. Alle vier haben es in weniger als 30 Minuten geschafft hinüberzugehen.

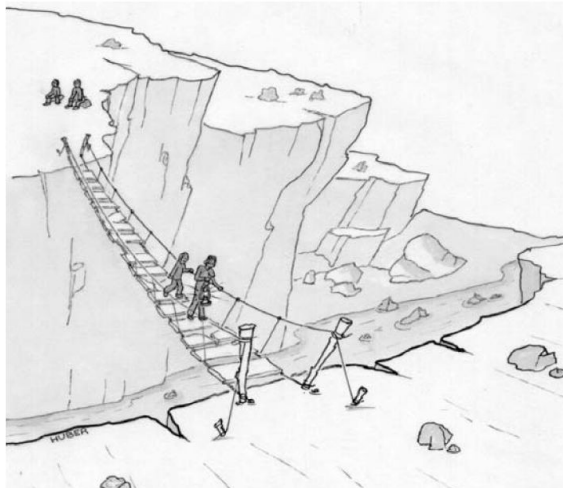
Erklärt ihre Strategie.

It is a dark and moonless night. Juliet, Rob, Tony and Sophie are being chased by dangerous bandits. In order to escape they have to cross a precipice on a foot bridge which is in a very bad state. It can hold the weight of two persons only.

A light is absolutely needed to cross. The four friends have only got one lantern which will go out in half an hour. Juliet is quick; she can cross the footbridge in one minute. Rob needs 2 minutes to do that. Tony is slow: 10 minutes will be necessary. Sophie is even slower: she will need 20 minutes. If two friends cross together, they will move according to the rhythm of the slowest.

The four of them managed to cross in less than 30 minutes.

Explain their strategy.



La nuit est obscure et sans lune. Juliette, Romain, Antoine et Sophie sont poursuivis par des bandits. Pour s'évader, ils doivent traverser un précipice en empruntant l'unique passerelle dans un très mauvais état. Elle peut supporter le poids de deux personnes au maximum. Il est absolument nécessaire d'avoir une lumière pour passer. Les quatre amis n'ont qu'une seule lanterne qui s'éteindra dans une demie heure.

Juliette est rapide et capable de passer la passerelle en une minute. Romain a besoin de deux minutes pour passer. Antoine est plus lent et a besoin de dix minutes. Sophie est encore plus lente et a besoin de vingt minutes.

Si deux amis passent ensemble, ils avanceront au rythme de la personne la plus lente.

Finalement, ils sont arrivés tous les quatre à passer en trente minutes.

Expliquez leur stratégie.

La notte è scura e senza luna. Giulietta, Romano, Antonio e Sofia sono inseguiti da pericolosi briganti. Per sfuggire ai loro inseguitori devono superare un precipizio passando su una passerella molto danneggiata che sopporta al massimo il peso di due persone.

Per il passaggio occorre, anche, assolutamente una luce.

I quattro amici hanno a disposizione solo una lanterna con un'autonomia massima di mezz'ora. Giulietta è veloce; è capace di percorrere la passerella in un minuto. Romano ha bisogno di 2 minuti; Antonio è lento; gli occorrono 10 minuti. Sofia, ancora più lenta, necessita di 20 minuti.

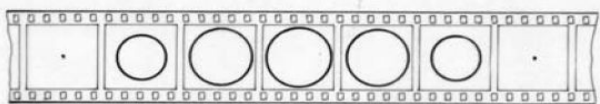
Se due amici attraversano insieme avanzano al ritmo del più lento.

Alla fine, tutti e quattro riescono a passare in meno di 30 minuti.

Spiegare la loro strategia.

Zadanie 2 (5 punktów) *Płaska kraina*

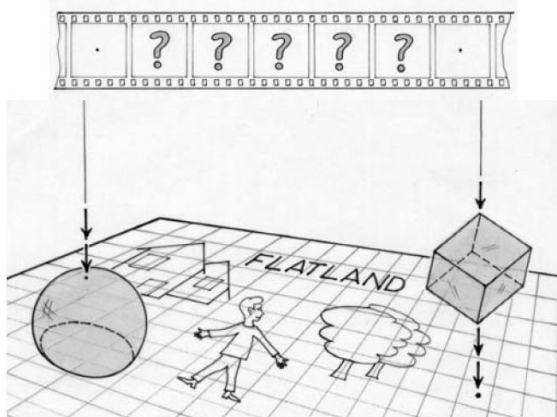
Flatlandia jest dwuwymiarowym światem. Gdy przez ten świat przechodzi sfera, mieszkańcy obserwują zjawisko przedstawione na poniższej kliszy.



Siedem klatek, sfotografowanych w regularnych odstępach czasu, pokazuje przekroje sfery.

Pewnego razu do przejścia przez Flatlandię szykuje się sześcián. Ukazuje się jednym ze swoich wierzchołków i przesuwa ze stałą prędkością wzdłuż osi wyznaczonej przez przekątną sześciánu przechodzącą przez ten wierzchołek. Oś ta jest prostopadła do Flatlandii.

Przedstawić na kliszy przejście sześciánu przez Flatlandię.



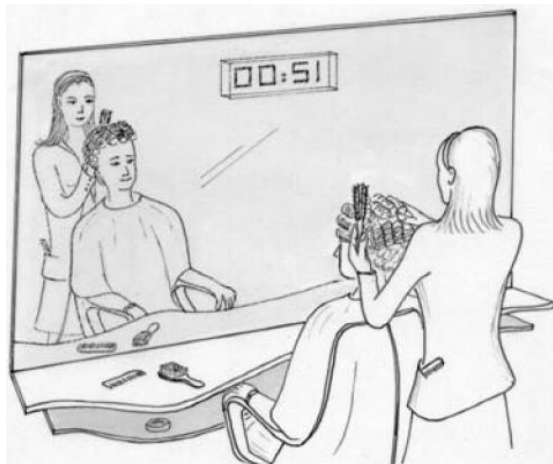
Zadanie 3 (7 punktów) *Lustrzane odbicie*

Marzycielka Rozalia siedzi bardzo zamyślona w salonie fryzjerskim. Nagle zauważa, która jest godzina i myśli „Ojej! Spóźnię się ...” Lecz po kilku chwilach pojmuje swoją pomyłkę - wzięła odbicie w lustrze za wyświetlacz zegara i dlatego pomyliła się o 20 minut.

Wyświetlacz pokazuje godziny i minuty od 00.00 do 23.59. Możliwe cyfry to 0123456789. UWAGA - WSZYSTKIE CYFRY MUSZĄ BYĆ NAPISANE TAK, JAK W ZEGARZE ELEKTRONICZNYM

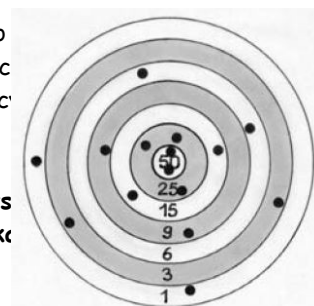
O której godzinie Rozalia spojrzała na zegar?

Wskazać inne godziny, dla których różnica między tym, co wskazuje zegar a odbiciem w lustrze wynosi 20 minut.

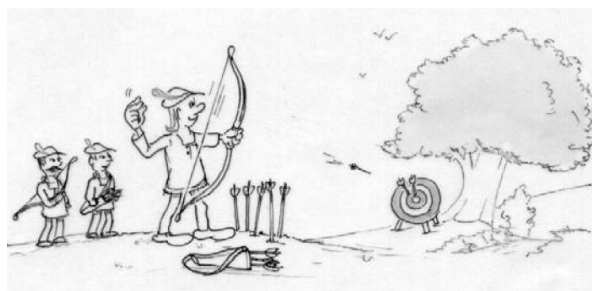


Zadanie 4 (5 punktów) *Chudzi Robinowie*

Trzech łuczników strzelało, po samej tarczy. Na rysunku widoczną przez strzały. Wszyscy łucznicy równą liczbą punktów.



Podać rozkład punktów uzyskanych przez łuczników



Zadanie 5 (7 punktów) *Urwanie głowy*

Pokonawszy liczne przeszkody, dzielny rycerz, by uwolnić księżniczkę, musi jeszcze zabić wielogłowego smoka. Ten gatunek smoków ma siedem głów, które mogą być trzech rodzajów: głowy-dzioby, głowy-uszy lub głowy-paszczy.



Rycerz jednym cięciem miecza może odciąć jedną lub dwie głowy. Jeśli odetnie jedną lub dwie jednakowe głowy, to odrosną one natychmiast. Lecz jeśli odetnie równocześnie dwie różne głowy, to odrósł jedna głowa trzeciego rodzaju. Jeśli na przykład odetnie głowę-uszy i głowę-dziób, odrasta głowa-paszczka. Smok pozbawiony głów, umiera.

Czy można zabić smoka przedstawionego na obrazku? Wyjaśnić. Jakich wielogłowych smoków nie można zabić?

Mathématiques
sans Frontières
en Pologne

Zadanie 6 (5 punktów) *Zagłosować*

Przeglądając blog swojej przyjaciółki Marioli, Julian zauważa, że zwiędzający są proszeni o ocenę blogu. Widnieje też informacja o aktualnej średniej wystawionych opinii.

Julianowi podoba się blog przyjaciółki i postanawia przyznać mu tę średnią podwyższoną o jeden punkt.

Po oddaniu głosu, strona internetowa blogu jest automatycznie aktualizowana.

Julian stwierdza, że średnia wzrosła o 0,02 punktu. Zastanawia się, ile osób mogło zagłosować przed nim.



Obliczyć liczbę internautów, którzy zagłosowali na blog Marioli przed Julianem.

Zadanie 7 (7 punktów) *Kropla potu*

Amatorka tego domowego „roweru” wprawia w ruch dźwignie obracające się wokół stałej osi A , w kierunku przód – tył. Dźwignie połączone są z dwiema deskami, na których znajdują się jej stopy, a obie deski wprawiają w ruch ciężki krążek. Poniższy rysunek ilustruje ten mechanizm.

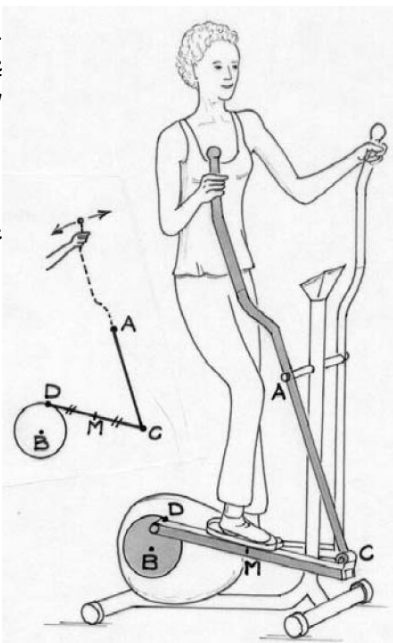
Punkty A i B są stałe. Punkt D przemieszcza się po kręgu o środku w punkcie B .

Ruchome odcinki AC i DC mają stałe długości.

Przedstawić na karcie odpowiedzi figurę o następujących

wymiarach:
 $AB = 10$ cm,
 $AC = 10$ cm,
 $DC = 5$ cm,
 $BD = 3$ cm.

Wykreślić krzywą, którą opisuje środek M odcinka DC podczas pełnego obrotu punktu D wokół punktu B . W tym celu należy wyznaczyć dostatecznie dużą liczbę punktów M , by łatwo było przez ich połączenie utworzyć tę krzywą.



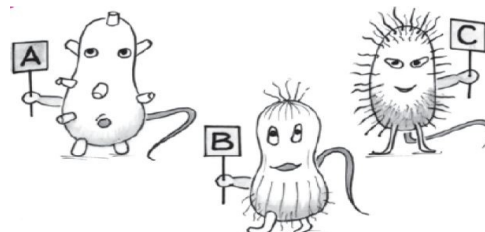
Zadanie 8 (5 punktów)

Rośnijcie i rozmnażajcie się

Aurelia prowadzi badania nad rozmnażaniem mikroorganizmów. Analizuje trzy rodzaje bakterii oznaczone literami A , B i C .

W chwili początkowej ma taką samą liczbę bakterii każdego rodzaju. Następnie

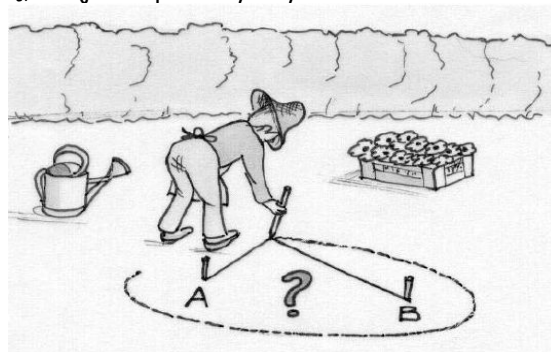
- liczba bakterii A podwaja się co 2 godziny,
- liczba bakterii B potraja się co 3 godziny,
- liczba bakterii C pomnaża się pięciokrotnie co 5 godzin.



Wyjaśnić, która populacja bakterii rozwinie się najszybciej, a która najwolniej.

Zadanie 9 (7 punktów) *Szpagat*

By narysować elipsę, Magdalena wbija w ziemię dwa kołki w punktach A i B . Przymocowuje jeden koniec sznurka do kołka A , a drugi - do kołka B . Naciąga sznurek na kij, przemieszcza kij utrzymując sznurek naciągnięty i obchodzi oba kołki dookoła. Jej kij wyznacza na ziemi elipsę, tak jak na poniższym rysunku.

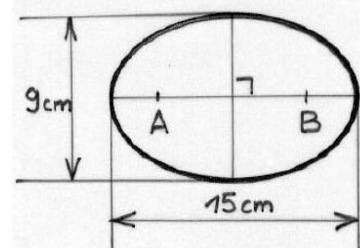


Wielka oś elipsy to odcinek o końcach znajdujących się na elipsie, przechodzący przez punkty A i B . Mała oś elipsy to odcinek o końcach znajdujących się na elipsie, przechodzący przez środek odcinka AB i prostopadły do wielkiej osi.

Magdalena wykreśliła elipsę, której osie wynoszą odpowiednio 15 m i 9 m.

Jaka jest długość sznurka i jaka jest odległość pomiędzy kołkami A i B ?

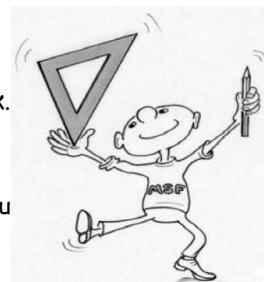
Wyjaśnić.



Zadanie 10 (10 punktów) *Gierka ekierką*

Szymon ma do dyspozycji jedynie 45 stopniową ekierkę bez podziałki oraz ołówek. Obrysowuje kontury ekierki i rysuje w ten sposób trójkąt prostokątny równoramienny.

Szymonowi udaje się wyznaczyć środek ciężkości narysowanego trójkąta i środek okręgu wpisanego w ten trójkąt. Spryciarz z tego Szymona!



Opisać metodę konstrukcji za pomocą ekierki i ołówka, którą zastosował Szymon wyznaczając oba wymienione środki. Uzasadnić.

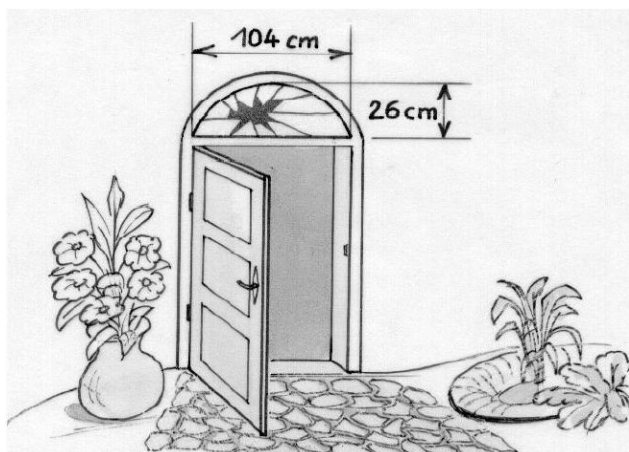
ZADANIA DODATKOWE DLA PIERWSZEJ KLASY SZKOŁY PONADGIMNAZJALNEJ

Zadanie 11 (5 punktów) *Panienka z okienka*

Elżbieta musi wymienić zepsutą szybkę nad drzwiami wejściowymi. Szybka jest ograniczona odcinkiem o długości 104 cm i łukiem koła, a jej wysokość wynosi 26 cm.

Szklarz chce poznać promień łuku koła, aby wyciąć nową szybkę, zamówioną u niego przez Elżbietę.

Obliczyć promień łuku koła.



Zadanie 12 (7 punktów) *Procenty*

Mieszkańcami 5-tysięcznego miasteczka są tylko młodzi i starzy ludzie. Jednak 20% młodzieży uważa się za starców, a 10% starców uważa się za młodzież. Pozostali biorą się za tych, kim są.

Wszystkim mieszkańcom tego dziwnego miasteczka zadaje się to samo pytanie „Czy jest Pan/Pani stary/stara?” Na co 34% mieszkańców odpowiada „tak!”

Ilu młodych mieszkańców liczy miasteczko? Uzasadnić.



Zadanie 13 (10 punktów) *Czary mary*

Harry robi czarodziejski kapelusz, nakładając dwa kartonowe stożki w taki sposób, żeby ich osie się pokryły.

Pierwszy stożek powstał z krążka o promieniu 18 cm przez nacięcie go wzdłuż promienia i nasunięcie jednej części kartonu na drugą pod kątem 60 stopni. Do wykonania drugiego stożka, Harry użył krążka o takim samym promieniu, lecz ze 180 stopniowym nasunięciem.

Obliczyć wysokość każdego stożka, następnie obliczyć całkowitą wysokość kapelusza z dokładnością do milimetra, ilustrując obliczenia rysunkiem.

