

Zawody międzyklasowe dla 3 klasy gimnazjum i 1 klasy szkoły ponadgimnazjalnej

zorganizowane przy wsparciu Inspection Pédagogique Régionale i Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques w Strasburgu

Matematyka Bez Granic



Etap finałowy - Edycja 2010

4 marca 2010

- * Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na osobnym arkuszu odpowiedzi.
- * W zadaniach 1, 7, 9, 10, 11, 12 i 13 należy przedstawić tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
- * Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zadań, zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
- * Staranność wykonania będzie również punktowana.

Zadanie 1 (7 punktów) **Matemagia**

Zredaguj odpowiedź w języku francuskim, niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim używając co najmniej 30 słów.

Tu es magicien.

Tu montres trois fiches au spectateur. Les trois fiches ont un côté noir et un autre, en couleurs: l'une en rouge, l'autre en vert et la dernière en bleu. Les trois fiches sont alignées et leurs côtés en couleurs sont visibles. Tu demandes au spectateur de choisir en secret une des trois couleurs. En même temps, tu regardes bien la couleur de la fiche au milieu.

On te bande les yeux. Tu pries au spectateur d'échanger les fiches avec les couleurs qu'il n'a pas choisies et après de les retourner toutes les trois. Leurs côtés noirs apparaissent maintenant.

On t'enlève le bandeau. Tu demandes au spectateur de remuer les fiches comme il veut. Cependant tu ne quittes pas de l'oeil la fiche qui était au milieu. Tu retournes alors une fiche et tu annonces la couleur de la fiche choisie par le spectateur.

Comment tu l'as fait ?

Eres un mago. Enseñas 3 fichas a un espectador. Las tres fichas tienen una cara negra y otra coloreada : una en rojo, otra en verde y la última en azul. Las 3 fichas están alineadas y sus caras coloreadas visibles. Le pides al espectador que elija uno de los 3 colores en secreto. Mientras tanto, miras bien el color de la ficha de en medio.

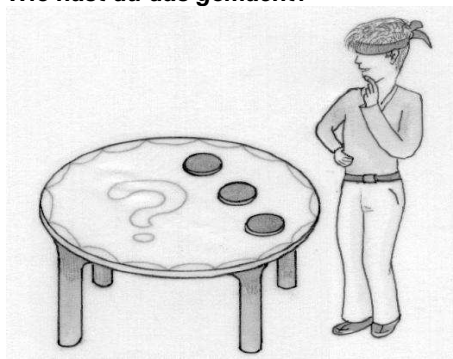
Te vendan los ojos. Le pides al espectador que intercambie las fichas con los colores que no ha elegido y que luego le de la vuelta a las 3 fichas. Aparecen ahora sus caras negras. Te quitan la venda. Le pides al espectador que mueva as fichas como quiera, pero no le quitas ojo a la que estaba en medio. Entonces le das la vuelta a una ficha y anuncias el color de la ficha elegida por el espectador.

¿Cómo lo has hecho ?

Du bist Magier. Du präsentierst einem Zuschauer 3 Spielsteine. Diese drei Spielsteine haben jeder eine schwarze Seite und eine farbige Seite: einer eine rote, ein anderer eine grüne und der letzte eine blaue. Die 3 Spielsteine liegen in einer Reihe, ihre farbigen Seiten sind sichtbar. Du bittest den Zuschauer sich eine der drei Farben auszusuchen, ohne sie zu verraten. Währenddessen merkst du dir genau die Farbe des Spielsteins, der in der Mitte liegt. Man verbindet dir die Augen. Du bittest den Zuschauer,

die beiden Spielsteine mit den nicht gewählten Farben zu vertauschen und anschließend alle drei Spielsteine umzudrehen. Die schwarzen Seiten der Spielsteine liegen nun oben. Die Augenbinde wird entfernt. Du bittest den Zuschauer die Spielsteine so umzulegen, wie er es will. Dabei last du den Spielstein, der sich in der Mitte befand, nicht aus den Augen. Nun drehst du einen Spielstein um und nennst danach die vom Zuschauer ausgewählte Farbe.

Wie hast du das gemacht?



You are a magician.

You show a volunteer from the audience 3 tokens. The three tokens each have a black side and a coloured side : red for one, green for another and blue for the last one. The 3 tokens are laid in a line with their coloured sides showing and the black side down. You ask your volunteer to choose one of the three colours and keep his choice secret. You make sure that you have noticed the colour of the middle token. You are now blindfolded. You ask your volunteer to change round the positions of the colours he has not chosen. And then to turn the 3 tokens over. You now see the black sides. The blindfold is removed. You ask your volunteer to move the tokens around as he likes but you keep your eyes on the one which was in the middle. You turn one token over and then you announce the colour of the token chosen by your volunteer.

How do you do it ?

Tu sei un mago. Mostri 3 gettoni a uno spettatore. Questi gettoni hanno tutti una faccia nera e una colorata: rossa, verde e blu. I tre gettoni sono allineati in modo

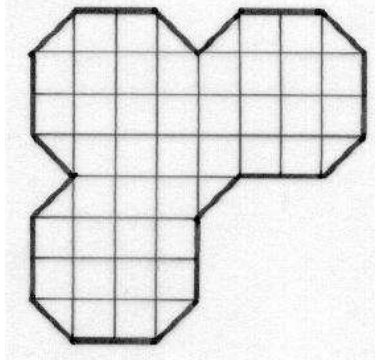
che le facce colorate siano visibili. Domandi allo spettatore di scegliere mentalmente uno dei 3 colori, mentre memorizzi il colore del gettone centrale. Subito dopo, ti bendano gli occhi e tu chiedi allo spettatore di scambiare i gettoni dei colori non scelti, capovolgendoli, poi, tutti e tre. Così i gettoni presentano tutti la faccia nera. Tolti la benda, chiedi allo spettatore di spostare i gettoni come preferisce e continui a tenere lo sguardo fisso sul gettone che era centrale. A questo punto giri un gettone e annunci il colore che

aveva scelto lo spettatore.

Come hai ragionato per scoprire il colore scelto dallo spettatore ?



Zadanie 2 (5 punktów)
Każdy ma swoje miejsce

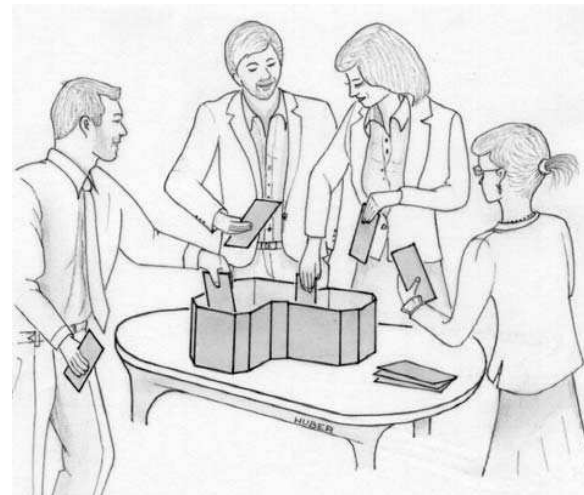


Siatka powierzchni biura

W swojej nowej siedzibie pan Wielkojański musi podzielić przestrzeń do pracy (patrz ilustracja obok) między czterech młodych dynamicznych pracowników przedsiębiorstwa.

Żeby sprawiedliwości stało się zadość, chce im zaproponować biura o takich samych wymiarach oraz o takim samym kształcie.

W jaki sposób należy umieścić przegrody, aby podzielić tę przestrzeń tak, jak chciałby szef? Narysuj plan i przegrody na karcie odpowiedzi.



Zadanie 3 (7 punktów)
Kamień narożny

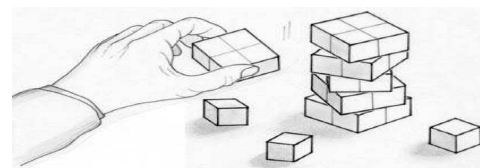
Architekt Moitep przedstawia faraonowi plany regularnej piramidy, którą faraon u niego zamówił. Ma ona 140 m wysokości. Jej podstawą jest kwadrat o boku 220 m. Kamienie, z których zbudowana będzie piramida mają 70 cm wysokości i będą ułożone w 200 poziomych warstwach. Kamień szczytowy ma kształt piramidy. Kamienie narożne, które tworzą krawędzie piramidy są identyczne. Ich dolne podstawy są kwadratami o boku 1,10 m; górne podstawy są również kwadratami. Pozostałe ściany są trapezami prostokątnymi.

Narysuj na karcie odpowiedzi siatkę kamienia narożnego w skali 1:20.

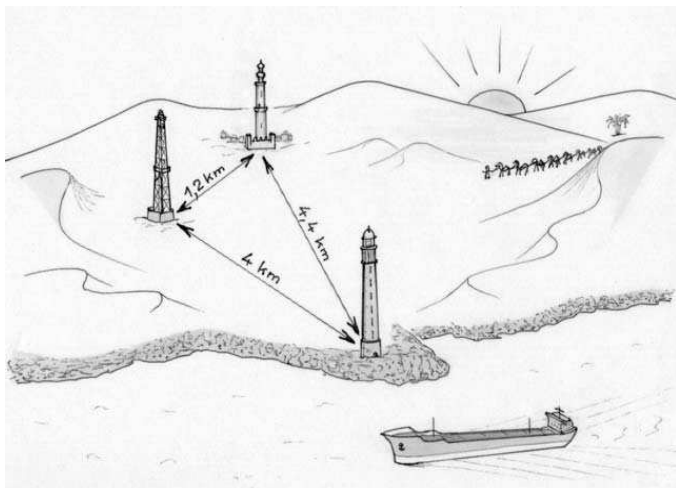


Zadanie 4 (5 punktów) 3D

Celina ma dziewięć różnokolorowych klocków: trzy z nich to sześciiany o krawędzi 2 cm, a sześć pozostałych to prostopadłościany o wymiarach 4 cm x 4 cm x 2 cm. Każdy klocek jest innego koloru. Z klocków tych można zbudować sześcián o krawędzi 6 cm.



Przedstaw duży sześcián w rzucie skośnym, zaznaczając widoczne powierzchnie różnymi kolorami. Nie rysuj zakrytych krawędzi.



Zadanie 5 (7 punktów) Nie zmieniać kursu

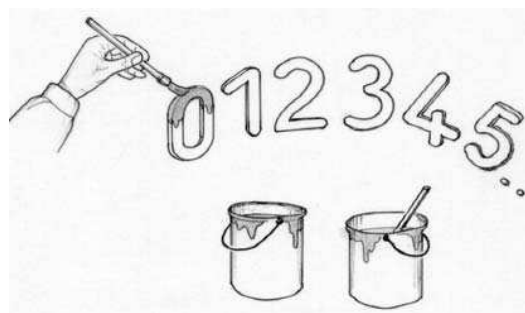
Kapitan Leguevel stoi na pokładzie naftowca pokonującego spokojne wody Morza Czerwonego. Naftowiec płynie wzdłuż brzegu utrzymując stały kurs oraz prędkość 36 km/godz. Widoczność jest doskonała. Kapitan dostrzega liczne kierunki: o godz. 7.00 widzi latarnię morską przed wieżą wiertniczą; o godz. 7.05 widzi tę samą latarnię morską przed minaretem; o godz. 7.15 widzi wieżę wiertniczą przed minaretem. Kapitan odmierza na swojej mapie następujące odległości: latarnia morską – minaret 4,4 km, latarnia morską – wieża wiertnicza 4 km, minaret – wieża wiertnicza 1,2 km.

Przedstaw w skali 1:50000 trójkąt utworzony przez latarnię morską, minaret i wieżę wiertniczą. Narysuj, najlepiej jak potrafisz, linię prostą przedstawiającą trasę naftowca.

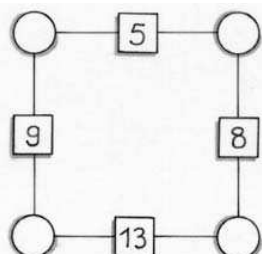
Zadanie 6 (5 punktów) Barwa liczb

Liczbowi naturalnemu przypisujemy kolor czerwony bądź niebieski, przestrzegając przy tym następujących zasad:

- liczba 0 jest niebieska;
- jeśli liczba naturalna może być zapisana jako suma co najmniej dwóch różnych czerwonych liczb naturalnych, jest niebieska; w przeciwnym razie jest czerwona.



Przedstaw listę czerwonych liczb naturalnych mniejszych od 50.



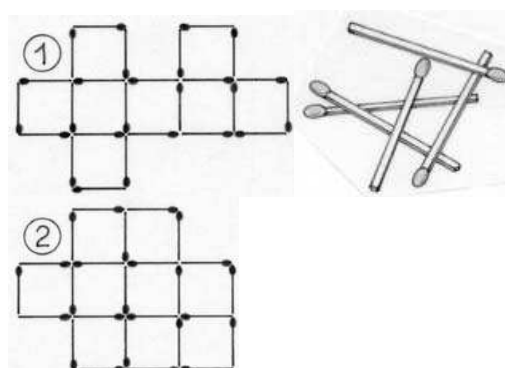
Zadanie 7 (7 punktów) Wyjątkowo niemożliwe

Wiadomo, że nie można znaleźć liczb naturalnych, które można by było wstawić w kółka tak, by liczba w każdym kwadracie była sumą liczb naturalnych znajdujących się w dwóch sąsiednich kółkach.

Jaką liczbę należy wstawić w miejsce 13, aby rozwiązać ten problem? Czy to jedyne rozwiązanie? Wytłumacz.

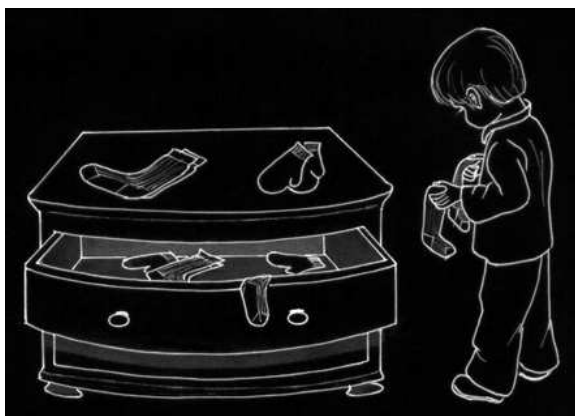
Zadanie 8 (5 punktów) Kwadraty z zapalek

Z 25 zapalek położonych płasko na stole można zbudować 8 kwadratów o boku równym jednej zapalce, jeśli ułoży je się tak, jak przedstawia rysunek 1 oraz 9 kwadratów o boku równym jednej zapalce, jeśli ułoży je się tak, jak przedstawia rysunek 2.



Ze 100 zapalek ułóż jak najwięcej kwadratów o boku równym jednej zapalce. Przedstaw rozwiązania na rysunku.

Zadanie 9 (7 punktów) Praca na czarno



Remik Zimnicki jest bardzo nieporządny: w szufladzie jego komody znajduje się 5 par czarnych skarpetek, 5 par czerwonych skarpetek, 3 pary niebieskich rękawiczek i 3 pary zielonych rękawiczek. Ani skarpetki, ani rękawiczki nie są ułożone parami.

Pewnego zimowego ranka, gdy jest jeszcze ciemno i następuje przerwa w dopływie prądu, Remik chce wyjąć z szuflady dobraną parę skarpetek i dobraną parę rękawiczek. Jest tak przemarznięty, że nie potrafi odróżnić w dotyku skarpetek od rękawiczek.

Ile co najmniej rzeczy powinien wyjąć z szuflady, żeby mieć pewność, że wyciągnie 2 skarpetki do pary i 2 rękawiczki do pary? Wytłumacz.

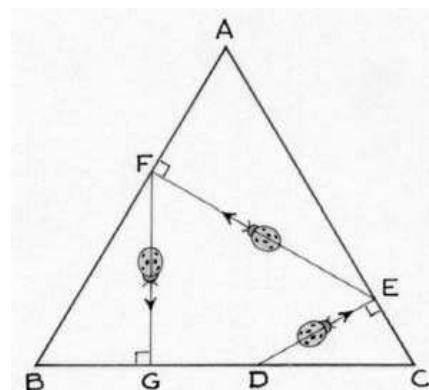
Zakładamy, że skarpetki, w odróżnieniu od rękawiczek, nie są ani prawe, ani lewe.

Zadanie 10 (10 punktów) Powrót biedronki

Biedronka spaceruje w trójkącie równobocznym ABC o boku 12 cm. Wychodząc z punktu D na boku BC , kieruje się w stronę boku AC , obierając jak najkrótszą drogę i dociera do E . Stąd kieruje się w stronę AB i idąc jak najkrótszą drogą dociera do niego w F .

W ten sam sposób kieruje się w stronę BC i dociera do G .

Gdzie umieścić punkt wyjścia na BC , aby punkt G był jednocześnie punktem D ?

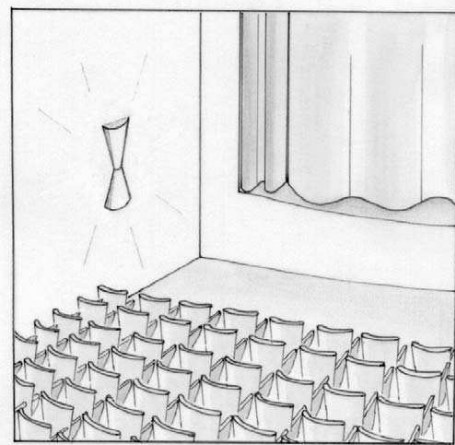


Zadania dla uczniów pierwszej klasy szkoły ponadgimnazjalnej

Zadanie 11 (5 punktów) Ustawna sala

Miasto Fiestacity dysponuje piękną salą koncertową o zmiennym ustawieniu. Można ją uszykować na 3 różne sposoby. W każdym z trzech ustawień krzesła uszykowane są w prostokąt; rzędy liczą tyle samo miejsc. Odejmując z początkowego ustawienia wszystkie krzesła z pierwszego rzędu, można zwiększyć o 4 liczbę krzesel w każdym pozostałym rzędzie, utrzymując jednocześnie taką samą całkowitą liczbę krzesel na sali.

Można również zdecydować się na dostawienie do początkowego ustawienia 4 rzędów krzesel, również nie zmieniając całkowitej liczby miejsc na sali. Jednak w tym przypadku liczba krzesel w rzędzie zmieni się o 11 sztuk.



Jaka jest całkowita liczba miejsc na sali? Uzasadnij.

Zadanie 12 (7 punktów)

Pojedynek na kostki

Podczas deszczowego popołudnia Romek i Tomek bawili się w tworzenie szczególnych kostek, mających na przeciwległych ścianach jednakowe liczby. Romek zbudował kostkę A z liczbami 2, 4 i 10, zaś Tomek kostkę B z liczbami 3, 5 i 8.

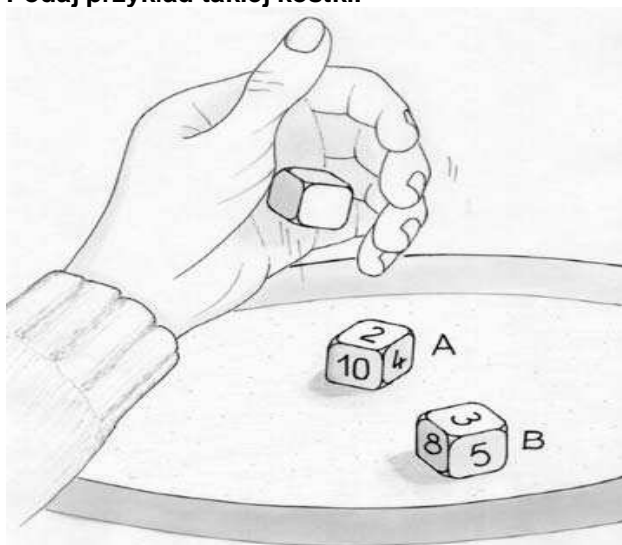
Rzucają kostkami jednocześnie. Każda ze ścian wypada z takim samym prawdopodobieństwem. Gracz wygrywa wtedy, gdy liczba otrzymana na górnej ścianie jego kostki jest wyższa od liczby otrzymanej przez przeciwnika.

Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej Romka? Wytłumacz.

Przychodzi ich siostra Tola i rzuca chłopcom takie oto wyzwanie:

Stwórzcie kostkę tego samego rodzaju z trzema innymi liczbami, że jeśli zagram nią przeciw Romkowi, będę miała mniej niż 50% szans na wygraną, a jeśli przeciw Tomkowi, będę miała więcej niż 50% szans na wygraną.

Podaj przykład takiej kostki.



Zadanie 13 (10 punktów) Chiński kapelusz

Chińska przyjaciółka Laury przysłała jej swoje zdjęcie, uwieczniające ją w tradycyjnym chińskim stroju i w pięknym czepku. Marząc o przyszłej podróży do Chin, Laura bierze prostokątny pasek papieru, zagina go dwukrotnie i otrzymuje pięciokąt o jednej osi symetrii. Pięciokąt ten podobny jest do czepka przyjaciółki.

Złóż w ten sposób pasek papieru o szerokości 12 cm. Dzięki obliczeniom ustal długość paska, dla której wysokość h pięciokąta jest równa jego podstawie d . Przyklej złożenie na karcie odpowiedzi.

