Zawody międzyklasowe dla 3 klasy gimnazjum i 1 klasy szkoły ponadgimnazjalnej
zorganizowane przy wsparciu Inspection Pédagogique Régionale i Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques w Strasburgu

Matematyka Bez Granic

Etap finałowy- Edycja 2012

16 marca 2012

* Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na osobnym arkuszu odpowiedzi, kartka formatu A4.
*Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zadań, zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
* Staranność wykonania będzie również punktowana.

Zadanie 1 (7 punktów) ***Bez wątpienia***

Przetłumacz i zredaguj odpowiedź w języku francuskim, niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim używając co najmniej 30 słów.

Laszlo hat Nicole eine SMS geschickt:
„Ich bin sicher, dass man in deinem Dorf zwei Personen finden kann, die am gleichen Tag Geburtstag haben."
„Klar", antwortet Nicole, „denn du weißt ja, dass es in meinem Dorf mehr als 400 Einwohner gibt.
Ich habe gelesen, dass es bei dir in Ungarn etwa 10 Millionen Handys gibt. Daher bin ich sicher, dass man zwei Ungarn finden kann, die am gleichen Tag Geburtstag haben und außerdem die gleiche PIN-Nummer für ihr Mobiltelefon verwenden."
„Klar", antwortet Laszlo, „denn du weißt ja, dass eine PIN-Nummer aus 4 Ziffern besteht."
Erklärt die Überlegungen von Laszlo und Nicole.

Laszlo has just texted Nicole:
"I'm sure that in your village you can find two people who have their birthday on the same day."
"Obviously", replies Nicole," when you know that there are more than 400 people living in out village! I've read that in Hungary, your own country, there are more than 10 million mobile phones. So I'm certain that you could find 2 Hungarians who have their birthday on the same day and also have the same PIN for their mobile phone."
"Obviously", replies Laszlo, "when you know that a PIN code has 4 digits."
Explain the logic of Laszlo and Nicole's argument.

László ha inviato un SMS a Nicole:
"Sono sicuro che nel tuo paese si possono trovare delle persone che compiono gli anni lo stesso giorno ".
"Certamente - risponde Nicole - perché tu sai che ci sono più di 400 abitanti! Ho letto che da te, in Ungheria, ci sono circa 10 milioni di cellulari. Parimenti, io sono sicura che si possono trovare due ungheresi con compleanni coincidenti nello stesso giorno e, anche, con lo stesso PIN per il loro cellulare."
"Certamente - risponde - László, perché tu sai che il codice PIN è formato da 4 cifre."
Spiegate i ragionamenti di László e di Nicole.

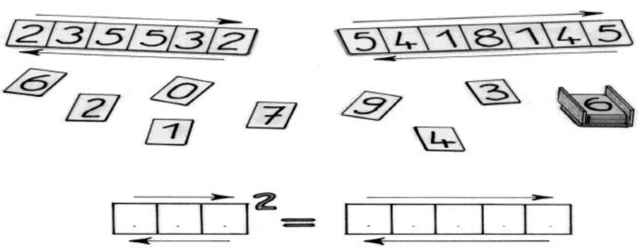
Laszlo ha mandado un SMS a Nicole:
« Estoy seguro de que en tu pueblo, podemos encontrar dos personas que cumplan años el mismo día.
- Claro, contesta Nicole, ¡como sabes que mi pueblo tiene más de 400 habitantes!
He leído que en tu país, en Hungría, Hay cerca de 10 millones de teléfonos móviles. Por lo tanto, estoy segura que podemos encontrar dos húngaros que cumplan años el mismo día y que además utilizan el mismo código PIN para sus móviles.
- Claro, contesta Laszlo, porque sabes que un código PIN tiene 4 cifras. »
Explica los razonamientos de Laszlo y de Nicole.

Laszlo a envoyé un SMS à Nicole :
« Je suis sûr que dans ton village, on peut trouver deux personnes qui ont leur anniversaire le même jour.
Evidemment, répond Nicole, puisque tu sais qu'il y a plus de 400 habitants dans mon village !
J'ai lu que chez toi, en Hongrie, il y a près de 10 millions de téléphones mobiles. Ainsi, je suis sûre que l'on peut trouver deux Hongrois qui ont leur anniversaire le même jour et qui en plus utilisent le même code PIN pour leur téléphone mobile.
Evidemment, répond Laszlo, puisque tu sais qu'un code PIN comporte 4 chiffres. »
Expliquer les raisonnements de Laszlo et de Nicole.

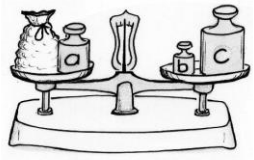
Zadanie 2 (5 punktów) ***We wszystkich kierunkach***

Liczba całkowita jest palindromem, jeśli można ją tak samo czytać od prawej do lewej i od lewej do prawej.
Przykładowo 235532 i 5418145 są palindromami.

Znajdź jak największą liczbę pięciocyfrowych palindromów równą kwadratowi trzycyfrowego palindromu.



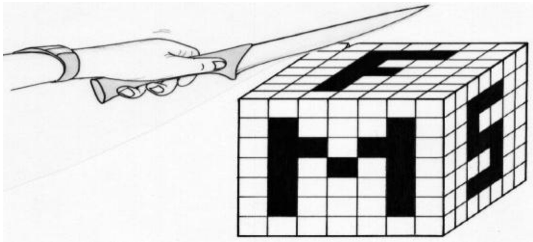
Zadanie 3 (7 punktów) Zważymy



Dysponujemy dwuszalową wagą i trzema odważnikami *a, b, c* o wartościach całkowitych wyrażonych w kilogramach.
Jakie wartości mają *a, b, c* jeśli wiemy, że przy ich pomocy można zważyć każdy przedmiot o wadze całkowitej mniejszej lub równej 13 kg?
Podaj szczegóły trzynastu pomiarów wagi.

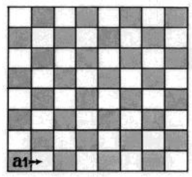
Zadanie 5 (7 punktów) Naszpikowany sześcianami

W tym wielkim sześcianie, wszystkie rzędy, których końce zostały pomalowane na czarno, są utworzone z małych



czarnych sześcianów. Wszystkie pozostałe małe sześciany są białe. Z każdej ścianki dużego sześcianu usuwamy jedną warstwę małych sześcianów.
Sporządź rysunek nowego sześcianu w perspektywie, w tej samej pozycji.
Ile jest wszystkich małych białych sześcianów w nowym sześcianie?

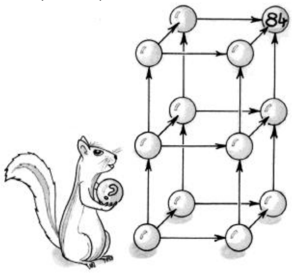
Zadanie 7 (7 punktów) Wracasz na start



Na przedstawionej obok kwadratowej szachownicy chcemy wytyczyć zamkniętą trasę, przebiegającą z pola na pole, rozpoczynającą i kończącą się na polu **a1**.
Trasa musi przebiegać jeden i tylko jeden raz przez każde z pozostałych pól szachownicy. Przechodzimy z jednego pola na drugie przez wspólny bok, ale nigdy po przekątnej.
Wyznacz taką trasę na szachownicy 8x8.
Mając do dyspozycji inne kwadratowe szachownice, mniejsze lub większe, zauważamy, że nie zawsze można wytyczyć taką trasę.
Czy istnieje taka trasa dla szachownicy 17x17? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zadanie 9 (7 punktów) Trasa wytyczona strzałkami

W podanym obok schemacie należy wpisać liczby w każdą kulkę, kierując się następującą zasadą: «jeśli strzałka wychodząca z kulki *a* wskazuje kulkę *b*, to *b* jest wielokrotnością *a*.»



Przerysuj i uzupełnij schemat, wpisując w każdą kulkę liczbę naturalną, za każdym razem inną.

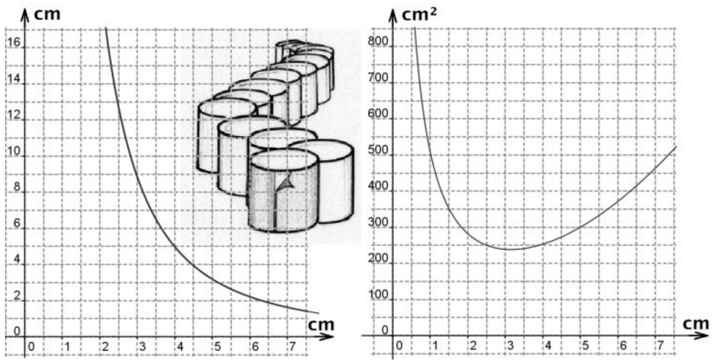
Zadanie 4 (5 punktów) W okienku

Na ekranie można zobaczyć piłkarza, który kopie piłkę w kierunku ekranu, na, którym można zobaczyć tego piłkarza, który…
Na karcie odpowiedzi narysuj ekran o wymiarach 16 cm x 9 cm, a w nim jeszcze dwa ekrany, zachowując wszystkie proporcje przedstawionego poniżej rysunku.

Rysunek piłkarza nie zostanie wzięty pod uwagę przy ocenie tego zadania.

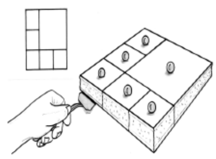
Zadanie 6 (5 punktów) Jak najdokładniej

Pewna fabryka chce produkować na szeroką skalę cylindryczne puszki o zadanej pojemności. Pierwszy wykres przedstawia wysokość puszki w zależności od jej promienia. Drugi wykres przedstawia powierzchnię blachy potrzebnej do wykonania puszki w zależności od jej promienia.



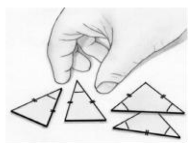
Przy pomocy wykresów, ustal jak najdokładniej, jakie wymiary musi mieć puszka, aby zużyć jak najmniej blachy przy jej produkcji. Narysuj etykietkę, która dokładnie pokryje boczną powierzchnię puszki.

Zadanie 8 (5 punktów) Cztery razy dziewięć



Oto podział jednego kwadratu na 6 kwadratów. Teraz chcemy podzielić jeden kwadrat na 9 kwadratów. Dwa podziały złożone z takich samych, lecz inaczej ułożonych kwadratów, uznajemy za identyczne.
Przedstaw cztery sposoby podziału jednego kwadratu na 9 kwadratów.

Zadanie 10 (10 punktów) Czterech na jednego



Dano cztery trójkąty:
- trójkąt równoramienny, którego kąty przy podstawie o długości x cm wynoszą α stopni;
- trójkąt równoramienny, którego kąty przy podstawie wynoszą α stopni, a boki równe są x cm;
- dwa trójkąty równoramienne, których kąt przy wierzchołku wynosi α stopni, a boki równe są x cm.

Układając je obok siebie jak puzzle, można utworzyć jeden duży trójkąt równoramienny.
Wybierając kąt ostry α oraz długość x, zbuduj i wytnij cztery takie trójkąty. Na karcie odpowiedzi przyklej otrzymane puzzle.
Udowodnij, że niezależnie od wybranego kąta ostrego α oraz długości x, otrzymujemy trójkąt równoramienny.

Mathématiques SANS Frontières

2012 matematyka BEZ GRANIC

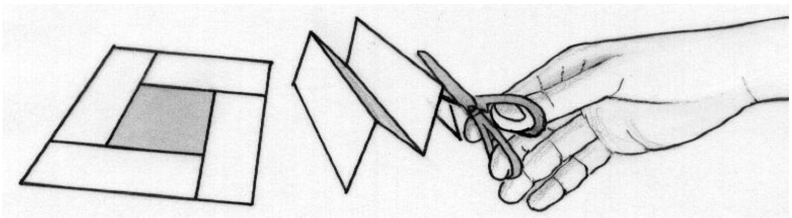
Zadania dodatkowe dla 1 klasy szkoły ponadgimnazjalnej

Zadanie 11 (5 punktów) Wartościowe gwoździe

W obwód dobrze zrównoważonego koła fortuny wbito, w regularnych odstępach, gwoździe. Koło jest podzielone na cztery różnokolorowe części: niebieską, białą, czerwoną i czarną. Ich granice wytyczają promienie, przechodzące przez niektóre gwoździe. W części białej jest o jeden gwóźdź mniej niż w części czerwonej, ale o jeden więcej niż w części niebieskiej. Kręcimy energicznie kołem fortuny. Zapadka hamuje jego ruch, lecz nie można przewidzieć, kiedy koło się zatrzyma.
Prawdopodobieństwo zatrzymania się na części czerwonej wynosi 1/3,
a na części niebieskiej wynosi 3/10.
Jakie jest prawdopodobieństwo, że koło zatrzyma się na części czarnej?
Uzasadnij swoją odpowiedź.

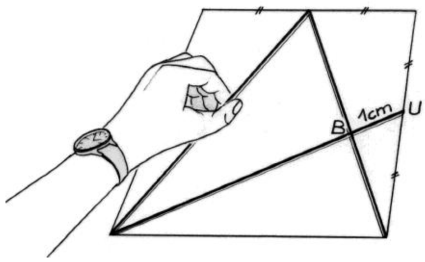
Zadanie 12 (7 punktów) Części harmonijki

Prostokątną kartkę papieru złóż w harmonijkę tak, aby otrzymać cztery dające się na siebie nałożyć prostokąty.
Wytnij je i ułóż ramkę, bez nakładania ich jeden na drugi.
Zauważysz wtedy, że oba czworokąty – zewnętrzny i wewnętrzny – są kwadratami.



Określ wymiary kartki papieru, dla której pole kwadratu zewnętrznego będzie czterokrotnością pola kwadratu wewnętrznego.
Przedstaw obliczenia i przyklej otrzymaną ramkę na karcie odpowiedzi.

Zadanie 13 (10 punktów) Z końca w koniec



Wpisujemy w kwadrat linię łamaną, składającą się z 3 odcinków prostych. Każdy z nich łączy środek jednego boku z wierzchołkiem kwadratu, tak, jak pokazano na poniższym rysunku.

Jaka jest długość całkowita linii łamanej, jeśli długość małego odcinka |BU| wynosi 1cm?
Uzasadnij swoją odpowiedź.