

Matematyka bez granic

Konkurs 3 marca 2005

- ✓ Każde zadanie rozwiązywać na osobnej kartce.
- ✓ Wszystkie zadania poza zadaniami 2, 4, 6 i 7 powinny mieć komentarze i uzasadnienia.

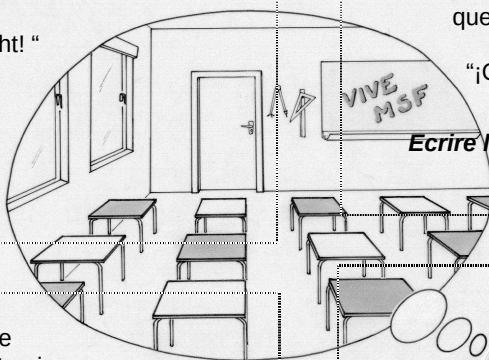
- ✓ Każde rozpoczęte zadanie również będzie oceniane.
- ✓ Przy ocenie uwzględnia się estetykę pracy.

Zadanie 1 : 7 punktów

Zmieńcie miejsce !

In einem Klassenzimmer stehen in 5 Reihen jeweils 5 Einzeltische. Der Lehrer möchte, dass seine 25 Schüler die Plätze tauschen, indem sich jeder entweder auf den Platz davor, dahinter, rechts oder links setzt. Peter weiß, dass sein Lehrer die Schüler gerne reinlegt. Er stellt sich die Tische wie ein Schachbrett vor, abwechselnd weiß und schwarz. „Was Sie verlangen, geht gar nicht!“ ruft er plötzlich. „Und ich kann es Ihnen beweisen!“

Schreibt die Begründung von Peter auf, die zeigt, dass ein solches Vorhaben unmöglich ist.



In una classe ci sono 5 file ciascuna con 5 tavoli. Il professore chiede ai suoi 25 studenti di spostarsi seguendo l'indicazione : „ognuno si siede davanti o dietro o a destra o a sinistra del posto che sta occupando“. Piero sa che il prof scherza volentieri. Immagina che i tavoli siano alternativamente di due colori, come nella scacchiera. „Ciò che ci chiede è impossibile“ replica „ed io posso provarlo“.

Riprodurre il ragionamento per mezzo del quale Piero riesce a dimostrare l'impossibilità di un tale movimento.

Rozwiązanie zadania powinno być zredagowane w języku angielskim, niemieckim, francuskim lub włoskim w minimum 30 słowach.

Dans une classe, il y a 5 rangées de 5 tables individuelles. Le professeur demande à ses 25 élèves de changer de place en respectant la consigne suivante : chacun prendra soit la place devant ou derrière celle qu'il occupait, soit celle à sa droite ou à sa gauche.

Pierre sait que son professeur aime plaisanter. Il imagine que les tables sont alternativement de 2 couleurs comme les cases d'un damier... „Ce que vous nous demandez est impossible !“ s'écrie-t-il alors „et je peux vous le prouver“.

Ecrire le raisonnement de Pierre demuestra la qui démontre l'impossibilité d'un tel mouvement.

In a classroom there are 5 rows of 5 Individual tables. The teacher asks his 25 pupils to change seats obeying the following order: each pupil will either take the seat in front or behind the seat he occupies or take the one on his right or left.

Peter knows that his teacher often plays jokes. He imagines that the tables have two colours alternately, just like the squares of a checkerboard. "What you ask us to do is impossible, he then exclaimed, and I can prove it!"

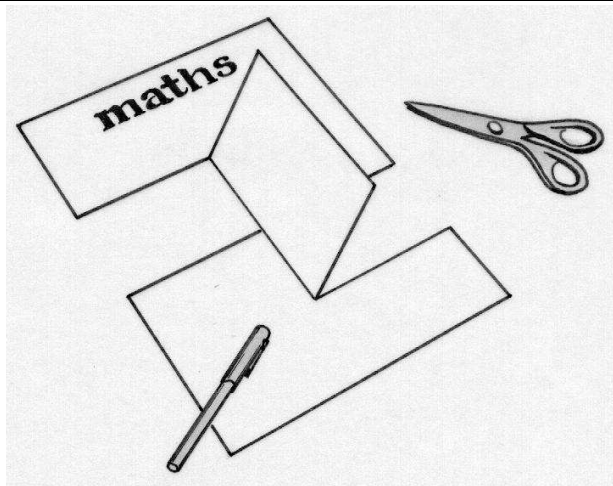
Write Peter's thought process, which proves that such a movement is impossible.

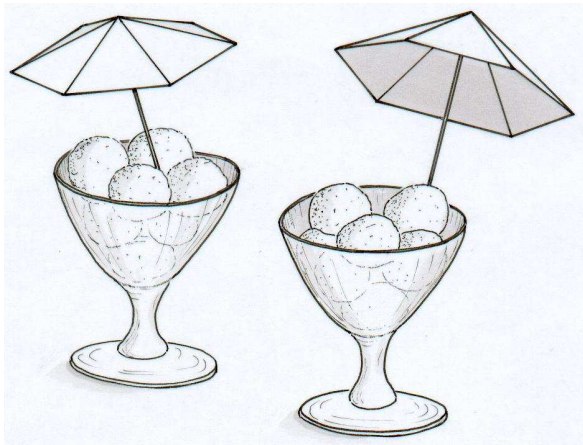
Zadanie 2 : 5 punktów

Papel'Art

Na biurku Anny Michał znalazł kartkę papieru przeciętą i złożoną w zadziwiający sposób, bez żadnego klejenia, tak jak na rysunku obok.

Wyciąć, a potem złożyć w ten sam sposób kartę odpowiedzi. Powinna ona stanowić jedną całość.





Zadanie 3 : 7 punktów

Parasolki

Aby udekorować potrawy na przyjęciu urodzinowym Ikar wykonał parasolki z papieru według następującej instrukcji :

Parasolka ma kształt ostrosłupa o podstawie sześciokąta foremnego o boku 5 cm. Ściany boczne tego ostrosłupa są przystającymi trójkątami równoramiennymi. Krawędzie boczne ostrosłupa mają długość 6 cm.

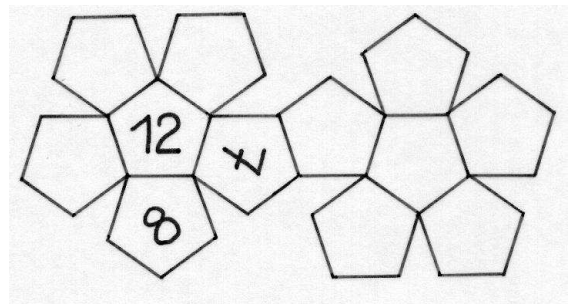
Wykonać z jednego kawałka papieru siatkę tego ostrosłupa i przykleić ją na karcie odpowiedzi. Obliczyć z dokładnością do jednego milimetra wysokość otrzymanego w ten sposób ostrosłupa.

Zadanie 4 : 5 punktów

Od kostek do Kostka



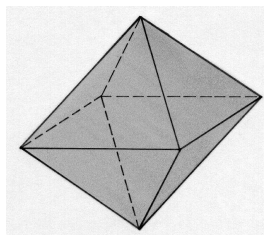
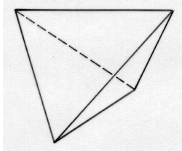
Kostek, wielki amator gier towarzyskich, posiada piękną kolekcję kostek do gry. Jedną z nich jest w kształcie dwunastościanu. Ścianami tej bryły są pięciokąty foremne, parami równoległe i ponumerowane od 1 do 12. Tak jak w kostce sześciennej, tutaj też suma oczek na ścianach równoległych jest zawsze taka sama.



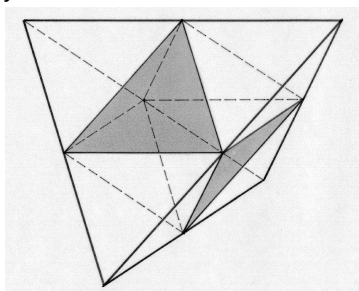
Wykonać siatkę tej bryły i ponumerować ściany, zgodnie ze schematem rysunku.

Zadanie 5 : 7 punktów

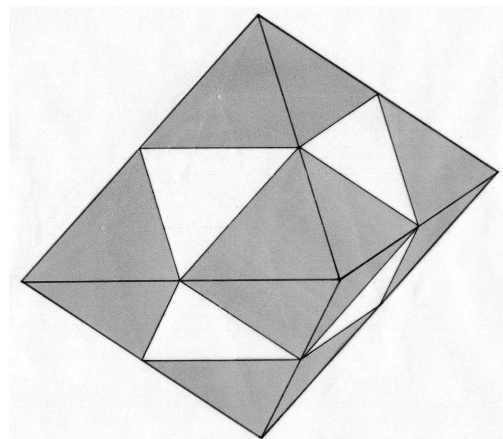
Wypełnienie



Figury powyżej przedstawiają czworościan T_1 i ośmiościan O_1 . Wszystkie ich ściany są trójkątami równobocznymi o boku 1.



Powyżej przedstawiono wypełnienie czworościanu T_2 o boku 2 czworościanami T_1 i jednym ośmiościanem O_1 .



Na tym rysunku przedstawiono wypełnienie ośmiościanu O_2 o boku 2, czworościanami T_1 i ośmiościanami O_1 . Kolorem szarym przedstawiono widoczne ściany ośmiościanów.

Ile czworościanów T_1 i ośmiościanów O_1 potrzeba aby wypełnić czworościan T_4 o boku 4 ? A ile, by wypełnić ośmiościan O_4 o boku 4 ? Odpowiedzi uzasadnij.

Zadanie 6 : 5 punktów

Samoodniesienie

Tekst żyrafy : « Na obrazku można odczytać (występuje) : »

Tekst z obrazka : « ... raz(y) cyfra 1 », « ... raz(y) cyfra 2 ».. itd

Na obrazku w miejsce kropek wpisz cyfry tak, aby tekst był precyzyjny i prawdziwy.

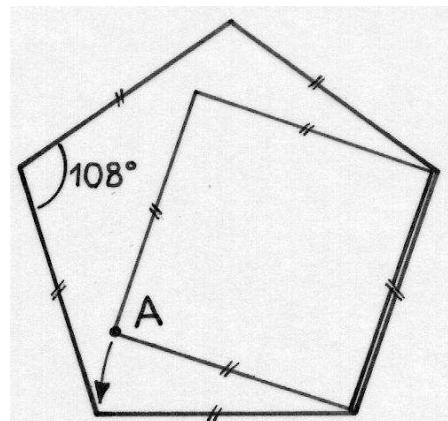


Zadanie 7 : 7 punktów

Spacerujący kwadrat

Kwadrat o boku 8 cm toczy się nieskończenie wiele razy w pięciokącie foremnym o boku 8 cm w taki sposób, że przynajmniej jeden z jego wierzchołków pokrywa się z jednym wierzchołkiem pięciokąta.

Na karcie odpowiedzi narysuj czerwonym kolorem krzywą wyznaczoną przez punkt A, który jest wierzchołkiem kwadratu.

**Zadanie 8 : 5 punktów**

Niepokorny omlet

Maria chce przygotować koszyk z jak najmniejszą ilością jajek, ale w taki sposób, że :

- jeśli będziemy wyjmować jajka po dwa, to w koszyku zostanie jedno jajko,
- jeśli wyjmemy je po 3, zostaną 2,
- jeśli wyjmemy je po 4, zostaną 3,
- jeśli wyjmemy je po 5, zostaną 4,
- jeśli wyjmemy je po 6, zostaną 5,
- jeśli wyjmemy je po 7, koszyk będzie pusty.

Oblicz ile jajek Maria powinna włożyć do koszyka ? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 9 : 7 punktów

Saloonpoker

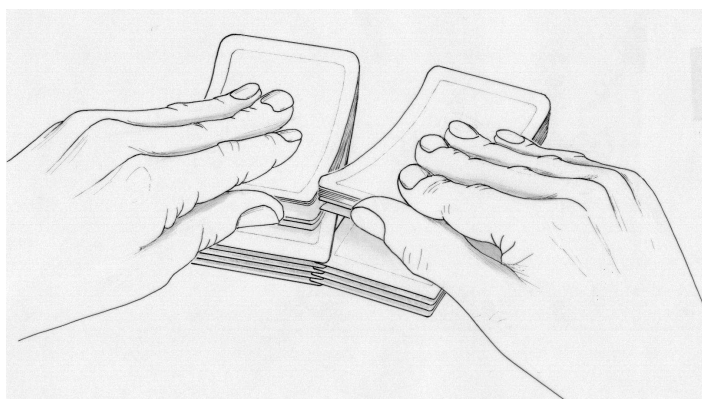
Mały Joe i Old Ognistoreki spotkali się w saloonie ze słynnym Black Jacky'iem, aby rozegrać partyjkę w karty. Talia składa się z 32 kart ponumerowanych od 1 do 32.

Jeszcze przed wyjaśnieniem przyjaciółom zasad gry, Black Jacky potasował karty.

W tym celu umieścił złożone karty na stole, zdjął z wierzchu dokładnie 16 kart i bez odwracania położył je z prawej strony pozostałych. Następnie wymieszał karty tak, że karty z obu kupiek ułożyły się na przemian, jedna z kupki lewej, jedna z prawej, a na samym dole znalazła się spodnia karta z lewej kupki. W ten sposób otrzymał jedną kupkę z 32 wymieszanymi kartami. Czynności te powtórzył jeszcze wielokrotnie.

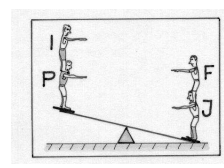
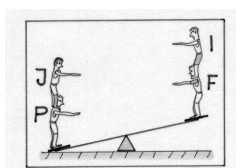
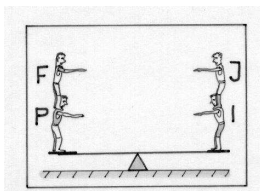
Mały Joe jest przekonany, że to nie jest dobry sposób na potasowanie kart.

Wykazać, że po wielokrotnym powtórzeniu powyższych czynności, rezultat będzie zadziwiający.

**Zadanie 10 : 10 punktów**

To się buja !

Oto trzy rysunki przedstawiające Pawła, Janka, Igora i Franka na huśtawce.



Który z nich jest najcięższy ? Który z nich jest najlżejszy ?

Czy można ustawić tych czterech braci w kolejności według wagi ciała ? Odpowiedzi uzasadnij.

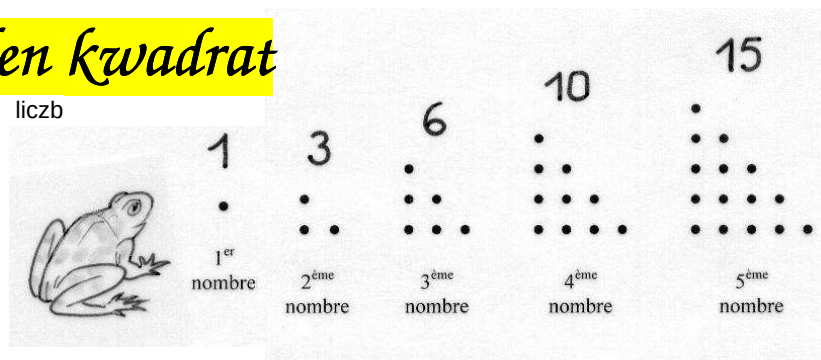
Zadania dla klas I liceum

Zadanie 11 : 5 punktów

Dwa trójkąty za jeden kwadrat

Na rysunku przedstawiono pięć pierwszych liczb trójkątnych.

Wykazać na rysunku lub obliczając, na trzech przykładach, że suma dwóch kolejnych liczb trójkątnych jest kwadratem pewnej liczby. Założyć, że ta reguła jest prawdziwa dla wszystkich liczb trójkątnych i obliczyć 2005 liczbę trójkątną.



Zadanie 12 : 7 punktów

Na rowerze

Dwójka cyklistów Paulina i Irek spotkali się na przejażdżce rowerowej. W tym momencie licznik Pauliny wskazywał, że poruszała się ze średnią prędkością 24 km/h, a na licznik Irka było: 30 km/h. Od tej chwili jechali razem i przebyli 27 km.

Gdy się żegnali licznik Pauliny wskazywał, że przejechała średnio 25 km/h, a licznik Irka wskazywał 29 km/h.

Jaka jest całkowita droga przebyta przez Paulinę ?
A ile w sumie kilometrów przejechał Irek ?

Zadanie 13 : 10 punktów

Ośmiokątny węzeł

Jolanta nawija wstążkę w podany na rysunku sposób na ośmiokąt foremny wpisany w okrąg o promieniu 4 cm. Tak nawinięta wstążka pokrywa dokładnie obie strony ośmiokąta.

Obliczyć szerokość wstążki a także jej minimalną długość, wystarczającą do całkowitego pokrycia obu stron ośmiokąta.

Przykleić tak owinięty ośmiokąt na karcie odpowiedzi.

